



TITLE:

電力系統の電圧安定性の研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

阿部, 重夫

CITATION:

阿部, 重夫. 電力系統の電圧安定性の研究. 京都大学, 1984, 工学博士

ISSUE DATE:

1984-01-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r5182>

RIGHT:

電力系統の電圧安定性の研究

昭和 58 年 3 月

阿 部 重 夫

電力系統の電圧安定性の研究

昭和 58 年 3 月

阿 部 重 夫

DOC
1983
19
電気系

目 次

第 1 章 序 論	1
1. 1 本論文の背景	1
1. 2 Venikov 氏の電圧安定条件	3
第 2 章 1 機 1 負荷系統における電圧安定条件	10
2. 1 概 要	10
2. 2 負荷の動特性の表現	10
2. 3 電圧安定条件	12
2. 4 静的電圧安定条件との関連	15
2. 5 負荷の電圧特性の電圧安定度に及ぼす影響	16
2. 6 小型機による電圧不安定現象の模擬実験	19
2. 7 電圧不安定現象のシミュレーション	38
2. 8 考 察	44
第 3 章 多機系統への拡張	45
3. 1 概 要	45
3. 2 M 行列の性質	45
3. 3 システムの方程式	52
3. 4 電圧安定条件	56
3. 5 静的安定条件との関連	62
3. 6 電圧安定度を悪くする負荷条件	65
3. 7 電圧安定度向上対策ノードの検出法	67
3. 8 電圧安定限界の検出法	67
3. 9 数値計算例	68
3. 10 考 察	85
第 4 章 電圧安定度向上法	88
4. 1 概 要	88
4. 2 系統定数の電圧安定度に及ぼす影響	88
4. 3 電源の分布の電圧安定度に及ぼす影響	94
4. 4 電力用コンデンサが電圧安定度に及ぼす影響	96

4.5	静止型非線形調相装置による電圧安定度向上法	97
4.6	考 察	102
第5章	電圧安定限界付近の電力潮流計算の初期値選定法	104
5.1	概 要	104
5.2	潮流計算における解の非一意性	104
5.3	極座標表示のときの潮流計算の初期値選定法	107
5.4	極座標表示のときの潮流計算の例	114
5.5	複素表示のときの潮流計算の初期値選定法	118
5.6	潮流計算の収束性の比較	124
5.7	考 察	126
第6章	結 言	127
	謝 辞	131
	参考文献	132

第1章 序 論

第1章 序 論

1.1 本論文の背景

電力システムの安定性は従来定態（動態）、過渡安定度によって規定されと考えられていた。しかしながら、電力需要の年々の増加に対して発電所建設地確保の困難なために、系統が長距離大容量送電化の傾向にあること、および、負荷の電圧特性（以下単に負荷特性という）の非線形性（たとえば、負荷点に設置されている負荷時電圧調整装置は、定常的には負荷特性が定電力特性となるように作用すると考えることができる）により負荷電圧の静的な安定性も考慮すべき重要な要因となりつつある。これらの条件のもとで、発電機脱落、線路解放等の系統構成変化が生じると、負荷電圧が徐々に低下していき、通常の進相容量投入等の方法では電圧が復旧せず、ついには大幅な負荷制限をせざるを得ないという電圧不安定現象が発生するおそれがある。

電圧安定性に関しては、ソ連の Venikov 氏等が、1950 年代の終り頃から多くの論文^{1~4)}を発表しているが、これらの研究の契機となったのは、ソ連東部地区における超長距離送電に際して生じた電圧動揺と思われる。即ち、受電電圧を規定値に維持するために、電力用コンデンサを大量に設置したところ、電圧動揺が著しくなり、安定送電が不可能となった⁵⁾。我国においても電圧安定性が問題として取りあげられはじめ各方面で研究が進められているが、昭和 50 年の電気学会全国大会のシンポジウムで、2 電力会社において過去電圧不安定現象を経験したとの報告があった。今後系統の長距離大容量化が進むにつれ、負荷電圧の安定性の問題は、増々重要な意味を持つようになり、系統計画、運用計画段階において十分な検討を行う必要が生じるであろう。

1 機 1 負荷系統の電圧安定条件として Venikov 氏は次の 2 つを提案している。²⁾³⁾

$$dV/dE > 0, d(Q_s - Q_L)/dV < 0$$

ただし、 V ：負荷電圧、 E ：電源電圧、 Q_s ：負荷点において電源から供給される無効電力、 Q_L ：負荷の消費する無効電力である。上式の妥当性として系の特性方程式の最終項が正という条件に一致するとしてあるが、入手した文献には、詳しい説明はなされていない。^{1~4)} また多機系における静的安定条件として、発電機に対しては、運動方程式を用い、負荷に対しては、負荷の電圧特性のみを考慮して特性方程式を導き、その最終項が正ならば安定としている。電圧不安定現象は、徐々に負荷電圧が低下する現象であるため、発電機の動特性よりも負荷の動特性の方が大きく影響していると考えられるが、それらは考慮

されておらず現象との対応が明らかでない。さらに実際に系統を運用する立場からは、安定・不安定の判定のみならず安定ならばどの程度安定か、また不安定ならば、安定にするには、どの負荷点に対して安定度向上策を施せば最も効果的か等の情報も必要になってくる。

以上の点をふまえて本論文では、まず第1章において、1機系統及び多機系統における Venikov 氏の安定条件について概説し、その問題点について検討する。

第2章では、1機1負荷系統の電圧安定性について検討する。誘導電動機負荷、あるいは負荷時電圧調整装置の動作により、負荷特性が定電力特性に近い特性を持つ場合電圧安定度の問題が生じると言われている。¹³⁾ このため負荷時電圧調整装置の動作により一次遅れ負荷モデルを導出する。電圧不安定現象は、分または時間のオーダーで発生する現象であるため、発電機の動特性は、電圧安定性に影響しないと考えてよい。そこで発電機を電圧一定の電源と考え、上述の一次遅れ負荷モデルにより、平衡点のまわりの線形化微分方程式を導き、安定条件を求める。また Venikov 氏の安定条件が、成立する条件を明らかにする。ついで小型機を用いた電圧不安定現象の模擬実験、及び計算機シミュレーションにより、導出された安定条件の妥当性を検証する。

1機系における結論を多機系に拡張する上で、非対角要素が非正の正方行列でその逆行列が非負となる行列（M行列）が重要な役割を果たす。このため第3章では、まずM行列の性質を概説する。ついで第2章で得られた一次遅れ負荷モデルを用いて、多機系における線形化微分方程式を導き、M行列の性質を利用して安定条件を求める。これより Venikov 氏の多機系の静的安定条件が必要条件であること、また1機系の静的安定条件¹¹⁾¹²⁾を拡張して得られる次の多機系の静的安定条件との関連を明らかにする。

$$dV_i / dE_j > 0 \quad i=1, \dots, N, j=1, \dots, M$$

$$dV_i / db_k > 0 \quad i=1, \dots, N, k=1, \dots, N$$

但し、N：負荷数、M：電源数、 V_i ：負荷電圧、 E_j ：電源電圧、 b_k ：負荷点の調相容量の値。ついで、系統計画、運用計画の立場から重要な意味を持つ安定度余裕の指標、及び効果的に安定度向上が行いうるノードの検出法について述べ、最後に計算機シミュレーションにより理論解析で得られた結論の妥当性を検証する。

第4章では、電圧安定度向上を行うための種々の方法について論じ、特に調相設備による電圧安定度向上法について詳述する。

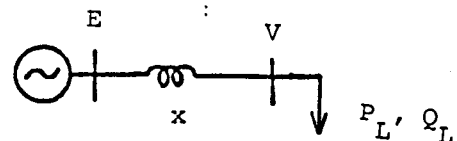
電力潮流計算は、系統計画、運用計画を行う上で重要な技術計算の1つであり、発電端

及び負荷端で発生，消費する有効電力と無効電力あるいは有効電力と電圧を指定して，ノードの電圧分布を求めるが，基本式が非線型連立方程式となるため，複数の解が存在する。このため電圧安定限界付近で潮流計算を行った場合，不安定解に収束する可能性もある。そこで第5章においては，安定解を得るための潮流計算の初期値選定法について考察する。まず電力潮流計算の基本式を極座標あるいは複素表示してNewton-Raphson法で解を求めるとき，安定解に収束する初期値領域を理論的に明らかにする。ついで潮流計算により，理論の妥当性を検証し，極座標表示の場合と複素表示の場合の収束性について検討し，潮流計算の解と電圧安定度の関連を明らかにする。

最後に第6章において，各章における研究の結論をまとめ，本論文で開発した電圧安定判定法を実系統に適用する際のパラメータ設定法等の適用方法について言及する。

1.2 Venikov 氏の電圧安定条件

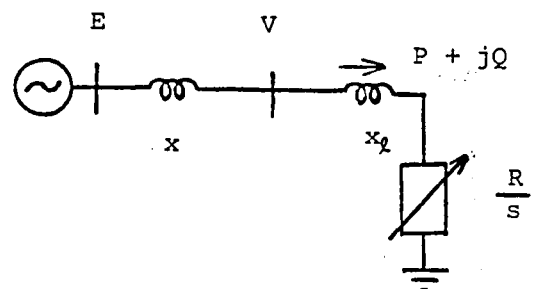
文献(1)～(4)に基づいて，Venikov 氏の提案した1機1負荷系統及び多機系統における電圧安定条件について述べる。



(a)

1.2.1 1機1負荷系統における安定条件

第1.1図(a)のように，系統が1つの等価電源と1つの負荷で表わされる場合を考える。負荷が誘導電動機であるとするば，第1.1図(b)の等価回路でおきかえることができる。このときの負荷電圧の安定条件は，



(b)

第1.1図 モデル系統

$$d \Delta P / d S > 0 \quad \text{-----} \quad (1.1)$$

となる。但し， ΔP ：誘導電動機の電氣的入力と機械的出力の差， S ：スリップである。機械的出力を一定とすると，(1.1)式は， $dP/dS > 0$ となる。この安定条件の妥当性は，例えば，機械的出力がステップ的に減少したとすると， $\Delta P > 0$ で，(1.1)よりスリップ S がふえ，負荷の抵抗分が減少する。そのため機械的出力に平衡するように電氣的出力も減少するため，(1.1)式が成立すれば安定となることがわかる。同様にして $d \Delta P / d S < 0$ なら不安定となる。

ここで機械的出力を一定としたときの安定限界における S の値を求める。

$$P = \frac{R}{S} E^2 / \left(\left(\frac{R}{S} \right)^2 + (x + x_L)^2 \right) \quad \text{----- (1.2)}$$

であるから

$$\frac{dP}{dS} = \frac{\frac{R}{S^2} E^2 \left\{ \frac{R^2}{S^2} - (x + x_L)^2 \right\}}{\left\{ \left(\frac{R}{S} \right)^2 + (x + x_L)^2 \right\}^2} = 0 \quad \text{----- (1.3)}$$

となる S は、 $S_k = R / (x + x_L)$ となる。ここで S_k の値は、電圧 V が一定となるように制御されている場合の限界値 R / x_L より更に小さくなっていることに注意する必要がある。即ち一定電圧の電源が負荷から遠ざかるに従い、スリップの安定限界値は 0 に近づき、電圧不安定現象が生じやすくなるのである。

負荷は、一般には、誘導電動機のみならず、種々の負荷の複合体であり、それを第 1.1 図(b)のように誘導電動機負荷におきかえることは不可能である。そのときの安定条件は次式で与えられる。

$$\frac{dE}{dV} > 0, \quad d(Q_S - Q_L) / dV < 0 \quad \text{----- (1.4)}$$

但し、 Q_S : 負荷点において、電源側から供給される無効電力、 Q_L : 負荷の消費する無効電力。(1.4) 式を求めるには、負荷の電圧特性が、分っている必要がある。(1.4) 式の 2 つの式の等価性、及びこの判定式の妥当性として、系の特性方程式の最終項が正という条件に一致することを Venikov 氏は示しているが、特性方程式をどのように導いたかについては説明されていない。

ここで負荷点に調相装置を設置した第 1.2 図¹³⁾に対して dV/dE の値を求める。図において、

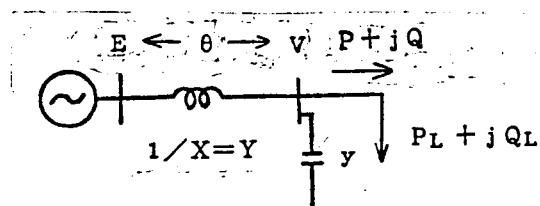
E, V : 電源及び負荷電圧

θ : 電源端と負荷端の相差角

Y : 送電線のリアクタンス X
の逆数 (誘導性のとき正)

y : 調相装置のサセプタンス
(容量性のとき正)

P, Q : 負荷点において系統から供給する有効電力と無効電力



第 1.2 図 モデル系統

P_L, Q_L : 負荷の消費する有効電力と無効電力

定常状態においては、負荷点において、次の電力の平衡式が成立している。

$$P = P_L, \quad Q = Q_L \quad \text{-----} (1.5)$$

電圧 E, V 及び相差角 θ が微小量変化したとき系統から供給される有効電力 P と無効電力 Q の変化分は、

$$\left. \begin{aligned} dP &= \frac{\partial P}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial P}{\partial V} dV + \frac{\partial P}{\partial E} dE \\ dQ &= \frac{\partial Q}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial Q}{\partial V} dV + \frac{\partial Q}{\partial E} dE \end{aligned} \right\} \text{-----} (1.6)$$

となる。行列式で表現すれば、

$$\begin{bmatrix} dP \\ dQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial E} \\ \frac{\partial Q}{\partial E} \end{bmatrix} dE \quad \text{-----} (1.7)$$

一方、負荷の消費する電力 P_L, Q_L は、定常状態においては、電圧 V だけにより変化すると考えられるから、

$$\begin{bmatrix} dP_L \\ dQ_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial P_L}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial Q_L}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} \quad \text{-----} (1.8)$$

となる。また、 $dP = dP_L, dQ = dQ_L$ となるので、(1.7), (1.8) 式より

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P_L}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial Q_L}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial E} \\ \frac{\partial Q}{\partial E} \end{bmatrix} dE$$

従って

$$\frac{dV}{dE} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & -\frac{\partial P}{\partial E} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & -\frac{\partial Q}{\partial E} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P_L}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial Q_L}{\partial V} \end{bmatrix}} = \frac{\frac{\partial P}{\partial E} \cdot \frac{\partial Q}{\partial \theta} - \frac{\partial P}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial Q}{\partial E}}{\frac{\partial P}{\partial \theta} \left(\frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial Q_L}{\partial V} \right) - \frac{\partial Q}{\partial \theta} \left(\frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P_L}{\partial V} \right)} \quad \text{-----} (1.9)$$

第 1.2 図より

$$\left. \begin{aligned} P &= YEV \sin \theta \\ Q &= YEV \cos \theta - (Y-y)V^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.10)$$

であるから、(1.9)式の分子は、 $-Y^2 EV^2 < 0$ となり、 $dV/dE > 0$ の条件は、(1.9)式の分母が負、即ち、

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} \left(\frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial Q_L}{\partial V} \right) - \frac{\partial Q}{\partial \theta} \left(\frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P_L}{\partial V} \right) < 0$$

となる。上式の $\partial P/\partial \theta$ 、 $\partial Q/\partial \theta$ に (1.10) 式を代入すれば、

$$YEV \cos \theta \left\{ \frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial Q_L}{\partial V} + \tan \theta \left(\frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P_L}{\partial V} \right) \right\} < 0$$

ここで $Y > 0$ であり、定態安定度を保つためには $0 \leq \theta < 90^\circ$ となることが必要であるので $YEV \cos \theta > 0$ となり上式は結局

$$\frac{\partial Q}{\partial V} + \tan \theta \frac{\partial P}{\partial V} < \frac{\partial Q_L}{\partial V} + \tan \theta \frac{\partial P_L}{\partial V} \dots\dots\dots (1.11)$$

となる。上式の $\partial Q/\partial V$ 、 $\partial P/\partial V$ に更に (1.10) 式を代入すれば

$$\frac{YE}{\cos \theta} - 2(Y-y)V < \frac{\partial Q_L}{\partial V} + \tan \theta \frac{\partial P_L}{\partial V} \dots\dots\dots (1.12)$$

となる。

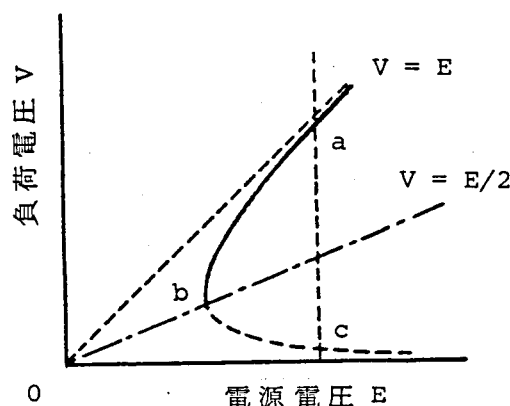
ここで、第 1.2 図で、 $P_L = 0$ 、 $Q_L = Q_0$ (V に依らず一定)、 $y = 0$ とすると、(1.10) 式より

$$E = V + Q_0 / YV$$

従って、 $dV/dE > 0$ の領域は、(1.12) 式より

$$V > E/2$$

となり、 E に対する V の軌跡は、第 1.3 図のようになる。Venikov 氏の安定条件は図の実線の部分を安定とするものである。同一の電源電圧に対して例えば図中の a は、安定で c は不安定ということになる。 $E = 2V$ の点 b より、電源電圧をさげると解が存在しなくなるので、この点 (即ち $dE/dV = 0$) が安定限界であることは、明らかである。しかし



第 1.3 図 $E - V$ の軌跡

図の点線部分，即ち $dV/dE < 0$ となる領域が，何故不安定領域になるかについては，

Venikov 氏の説明は必ずしも明快とは言えない。

1.2.2 多機系統における安定条件

多機系統における静的安定条件として，Venikov 氏は系の特性方程式の最終項が正になることを提案しているが，次の条件が満たされているとき，潮流計算における Jacobian 行列式が特性方程式の最終項に一致することを示している。⁴⁾

- (I) 発電機ノードは，電圧，有効電力が指定されている。（以下 P-V 指定と略す。）
- (II) 負荷ノードには，特性方程式を求めるときと同じ負荷の電圧特性が与えられている。
- (III) 系統に無限大母線があるとし，かつまたその母線がスラックノードに選ばれている。

ここで，ノード数 $n+1$ の系統において，ノード $n+1$ をスラックノードとして，ノード $1, \dots, k$ を P-V 指定ノード，ノード $k+1, \dots, \ell$ を P-Q 指定（有効及び無効電力指定）ノード，ノード $\ell+1, \dots, n$ を負荷の電圧特性が与えられたノードとすると潮流計算における Jacobian 行列の各行は，変数を電圧 (V)，位相 (δ) とすると次式のようになる。

- 1) ノード $i = 1, \dots, k$ に対して，

$$\left(\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n}, \frac{\partial P_1}{\partial V_{k+1}}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \right) \dots\dots\dots (1.13)$$

- 2) ノード $i = k+1, \dots, \ell$ に対して

$$\left. \begin{array}{l} \left(\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n}, \frac{\partial P_1}{\partial V_{k+1}}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \right) \\ \left(\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_n}, \frac{\partial Q_1}{\partial V_{k+1}}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \right) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1.14)$$

- 3) ノード $i = \ell+1, \dots, n$ に対して

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n}, \frac{\partial P_1}{\partial V_{k+1}}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial V_{\ell-1}}, \frac{\partial P_1}{\partial V_\ell} - \frac{\partial P_{L1}(V_1)}{\partial V_1}, \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. \frac{\partial P_1}{\partial V_{\ell+1}}, \dots, \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \right) \\ & \left(\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_n}, \frac{\partial Q_1}{\partial V_{k+1}}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial V_{\ell-1}}, \frac{\partial Q_1}{\partial V_\ell} - \frac{\partial Q_{L1}(V_1)}{\partial V_1}, \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. \frac{\partial Q_1}{\partial V_{\ell+1}}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \right) \\ & \dots\dots\dots (1.15) \end{aligned}$$

ここで P_i, Q_i : 系統からノード i に流入する有効及び無効電力,

$P_{Li}(V_i), Q_{Li}(V_i)$: ノード i における負荷の静的な特性。

次に微小外乱に対する系統の動揺の式は,

1) 発電機の動揺方程式

$$M_i S^2 \sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \frac{\partial \theta_i}{\partial V_j} \Delta V_j \right) + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \Delta V_j \right) = 0$$

$$i = 1, \dots, k \quad \dots\dots\dots (1.16)$$

2) 負荷ノードに対する電力平衡式

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \Delta V_j \right) - \frac{\partial P_{Li}(V_i)}{\partial V_i} \Delta V_i &= 0 \\ \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \Delta V_j \right) - \frac{\partial Q_{Li}(V_i)}{\partial V_i} \Delta V_i &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.17)$$

$$i = k+1, \dots, n$$

ここで, M_i : 発電機 i の慣性定数, S : ラプラス演算子, θ_i : 回転子位置, $S=0$ の定常状態を考えると, 発電機の電圧調整装置により, $\Delta V_i=0$ ($i=1, \dots, k$) と仮定してよいことにより, (1.16) 式は, $S=0$ において

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=k+1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \Delta V_j = 0 \quad \dots\dots\dots (1.18)$$

$$i = 1, \dots, k$$

となるので, (1.17), (1.18) 式より, 特性方程式の最終項は, 潮流計算の Jacobian 行列式と一致するとしてある。

しかしながら, 特性方程式の最終項が正であっても, 最高次数の係数が負となれば, 安定とは言えないことは明らかであろう。

それと関連して, 電力平衡式をノードに流入する向きを正にするか負にするかによって, 最終項の符号が逆転する場合も生じ得るが, ノードに流入する向きを正として求めることの妥当性も示されていない。

1.2.3 考 察

電力系統の電圧安定性に関しては, 1950年代終りから, ソ連の Venikov 氏を中心に多くの論文が発表されているが, それらを調査した範囲内では, 等価電源と1負荷に縮約できる場合は, $dV/dE > 0$ (あるいは $d(Q_S - Q_L)/dV < 0$ ならば安定とし, また多機多負荷系統に対しては, 特性方程式の最終項が正 (あるいは潮流平衡式の Jacobian 行

列式が正)ならば安定と判定するものである。

これらの安定条件の問題点について列挙すると、

- (1) 多機系に対する特性方程式を導く際、発電機に対して動揺方程式を用い、負荷に対しては、動特性を考慮していないが、電圧不安定現象は、分あるいは時間のオーダーで発生するため、発電機は、定常状態にあり、発電機の動特性よりも負荷の動特性の方が大きく影響していると考えられ、電圧安定性を検討するモデルとしては不適當である。
- (2) 多機系に対して、特性方程式の最終項が正ならば安定とするのは正確と言えず、最高次の係数と最終項の積が正とすべきである。これに関連して最終項を求めるのにノードに流入する電力の向きを正としているが、その必然性が明らかでない。
- (3) 1機系と多機系との安定条件の関連が明らかにされていない。
- (4) 安定、不安定の判定のみで、安定ならば、どの程度安定で、不安定ならばどの点に対して対策してやればよいか等の指標は示されていない。

第2章 1機1負荷系統における電圧安定条件

第2章 1機1負荷系統における電圧安定条件

2.1 概 要

長距離大容量送電下の系統において、発電機脱落・線路開放等の系統構成変化の後に負荷電圧が徐々に低下してゆき、進相容量を投入しても電圧が復旧せず、ついには負荷制限をせざるを得ないという電圧不安定現象が発生する可能性がある。電圧不安定現象を起こしやすい負荷としては、一定電力を消費する誘導電動機、あるいは定常的に負荷が定電力特性となるように作用する負荷時電圧調整装置⁵⁾があげられる。

このため本章では、まず負荷時電圧調整装置を介して系統に接続している負荷の動特性を検討し、1次遅れ負荷モデルを導出する。電圧不安定現象が分ないし時間のオーダーで徐々に発生する現象であるため、1発電機・1負荷よりなる系統（1機1負荷系統）において、発電機の動特性を無視して一定の電圧を有する電源とし、負荷を一次遅れ近似することにより、平衡点のまわりでの線形化方程式を導き、これより安定条件を求める。

ついでVenikov氏の静的安定条件は、遅れ負荷でかつ、負荷の電圧特性が定電力と定インピーダンスとの中間の特性である通常の場合は、上記安定条件と一致することを示す。更に小型機による模擬実験及び計算機シミュレーションにより理論の妥当性の検討を行う。

2.2 負荷の動特性の表現¹⁴⁾

負荷の動特性モデルに関しては、現在研究段階にあり、米国においては、負荷の定常及び過渡特性を実測し、モデル化する研究が進められている¹⁵⁾。ここで電圧安定度が問題となるのは、誘導電動機、あるいは、負荷端に設置されている負荷時電圧調整装置の動作により、負荷特性が、定電力特性に近づいた場合であるため、ここでは負荷時電圧調整装置¹³⁾の動作により負荷の動特性を導く。

第2.1図に負荷時電圧調整装置を介して負荷が接続している負荷モデルを示す。図において、 \dot{V}_1 , \dot{I}_1 は1次側の複素電圧、電流を示し、 $1:n$ は、変圧器巻線比、 \dot{V}_2 は2次側の電圧、 \dot{Y} は変圧器の漏洩アドミッタンスと、負荷アドミッタンスを合成したものである。図において次式が成り立つ。

$$\dot{I}_1 = n \dot{Y} \dot{V}_2 \quad \text{----- (2.1)}$$

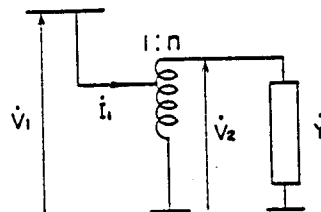
$$n \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad \text{----- (2.2)}$$

従って、 $\dot{I}_1 = n^2 \dot{Y} \dot{V}_1$ であるから1次側から見た負荷アドミッタンス \dot{Y}_L は、

$$\dot{Y}_L = n^2 \dot{Y} \quad \text{----- (2.3)}$$

となる。2次電圧 \dot{V}_2 が一定値 V_S となるようにタップが調整されるとし、かつ n が連続的に変化できると仮定すると、 n の変化は次のようにモデル化できる。

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_S} (V_S - V_2) \quad \text{-----} (2.4)$$



第 2.1 図 負荷時電圧調整装置モデル

但し、 $T_S (>0)$ は時定数で、 $V_2 = |\dot{V}_2|$ である。1次側からみた負荷アドミッタンス Y_L の時間特性を導くため、(2.3)式において、 \dot{Y} は一定として t で微分して、(2.2)~(2.4)式を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{Y}_L}{dt} &= 2n\dot{Y} \frac{dn}{dt} = 2n\dot{Y} (V_S - V_2) / T_S \\ &= 2n\dot{Y} (V_S - nV_1) / T_S \\ &= 2(n\dot{Y}V_S - V_1\dot{Y}_L) / T_S = 2V_1 \left(\frac{V_S V_2}{V_1^2} \dot{Y} - \dot{Y}_L \right) / T_S \\ &\quad \text{-----} (2.5) \end{aligned}$$

上式は、 \dot{Y}_L が $V_S^2 \dot{Y} / V_1^2$ となるようにタップが調整されることを意味し、消費電力は、電圧 V_1 に関係なく一定となるようにふるまうことを示している。そこで負荷モデルとして以下のように仮定する。

$$\frac{dG_L}{dt} = -\frac{1}{T_g} (G_L - f_g(V_1)) \quad \text{-----} (2.6)$$

$$\frac{dB_L}{dt} = -\frac{1}{T_b} (B_L - f_b(V_1)) \quad \text{-----} (2.7)$$

但し、 $\dot{Y}_L = G_L + jB_L$ であり、 T_g, T_b は時定数、 f_g, f_b は V_1 の関数とする。

(2.5)式では、 \dot{Y}_L の係数に V_1 が含まれているから、(2.6),(2.7)式の T_g, T_b は、 V_1 の関数となるが、以下では定数と考える。また(2.5)式によれば、 $T_g = T_b$ となる。

(2.4)式を求める際、 n が連続的に変化すると仮定したが、負荷端に負荷時電圧調整装置がいくつも接続されている場合、それらの動作を全体的にみれば、1つの連続的に変化するタップを有する電圧調整装置としてモデル化しうる。また(2.6),(2.7)式の一次遅れ負荷モデルは、誘導電導機あるいは、サーモスタットで制御された暖房負荷をも表現できると考えられる。¹⁴⁾

2.3 電圧安定条件

第 2.2 図の 1 機 1 負荷系統において電圧安定条件を求める。図において

E, V : 電源電圧及び負荷電圧 ($E, V > 0$)

θ : 電源電圧の位相を基準としたときの負荷電圧の位相 ($\theta \leq 0$)

$\dot{Y} = G + jB$: 線路アドミッタンス

$Y_L = G_L + jB_L$: 負荷アドミッタンス ($G_L \geq 0, B_L \leq 0$)

b : 負荷端の調相容量のサセプタンス

$P + jQ$: 負荷端において負荷に流入する複素電力に負の符号をつけたもの

$P_L + jQ_L$: 負荷で消費する複素電力

である。

ここで電圧不安定現象は、長時間にわたって徐々に起きる現象であり、その間系統は定常状態にあると考えられる。そのため電圧安定性を考察する上では、発電機の動特性を考慮する必要

がないので、A V R (Automatic Voltage Regulation) 運転の場合

は、発電機の端子電圧が一定、また A V R 運転でない場合は、界磁一定運転により内部誘起電圧が一定となるため発電機を電圧一定の電源と考えることができる。

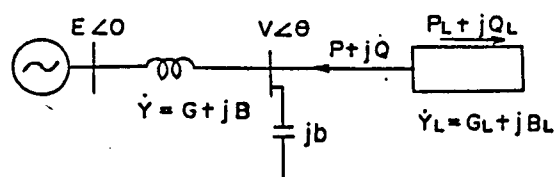
負荷の動特性としては、(2.6), (2.7) 式を仮定し、 $f_g(V)$, $f_b(V)$ は次式で与えられるとする。

$$\left. \begin{aligned} f_g(V) &= P_0 V^{m-2} \\ f_b(V) &= Q_0 V^{n-2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.8)$$

ここで P_0, Q_0, m, n は、負荷固有の定数であり、負荷が線形負荷 (即ち定インピーダンス) のときは、 $m = n = 2$ 、定電力のときは、 $m = n = 0$ となる。

任意の時刻において、負荷で消費する電力は、供給される電力と一致するから、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P(t) + P_L(t) &= P(t) + G_L(t) \cdot V^2 = 0 \\ Q(t) + Q_L(t) &= Q(t) + B_L(t) \cdot V^2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.9)$$



第 2.2 図 1 機 1 負荷系統

$$\left. \begin{aligned} \text{但し} \quad P(t) &= -EV(G \cos \theta + B \sin \theta) + V^2 G \\ Q(t) &= -EV(G \sin \theta - B \cos \theta) - V^2 (B + b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.10)$$

ここで

$$x = B_L(t) - B_L(\infty)$$

$$y = G_L(t) - G_L(\infty)$$

として, (2.6) (2.7) 式を平衡点のまわりで線形化すると次式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_b} \left(1 - \frac{\partial f_b}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \right) & \frac{1}{T_b} \frac{\partial f_b}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \\ \frac{1}{T_g} \frac{\partial f_g}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} & -\frac{1}{T_g} \left(1 - \frac{\partial f_g}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.11)$$

ここで (2.8) 式より,

$$\left. \begin{aligned} \partial f_g / \partial V &= P_0 (m-2) V^{m-3} \\ \partial f_b / \partial V &= Q_0 (n-2) V^{n-3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.12)$$

であり, また (2.9), (2.10) 式より,

$$V = YE \{ (G + G_L)^2 + (B_L - (B + b))^2 \}^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (2.13)$$

$$\text{但し, } Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

であるから

$$\begin{aligned} \partial V / \partial G_L &= -YE \{ (G + G_L)^2 + (B_L - (B + b))^2 \}^{-\frac{3}{2}} (G + G_L) (< 0) \\ \partial V / \partial B_L &= -YE \{ (G + G_L)^2 + (B_L - (B + b))^2 \}^{-\frac{3}{2}} (B_L - (B + b)) (< 0) \end{aligned} \dots\dots\dots (2.14)$$

となる。但し, $\partial V / \partial B_L < 0$ は, (2.9), (2.10) 式より

$$B_L - (B + b) = EV(G \sin \theta - B \cos \theta) = YEV \cos(\theta - \varphi) > 0 \dots\dots\dots (2.15)$$

$$\varphi = \tan^{-1}(-G/B) \simeq 0$$

によった。

(2.11) 式の係数行列の固有値の実部が負ならば, 負荷電圧は安定となる。2 次の線形微分方程式の安定条件は, 係数行列の対角要素の和が負となりかつ行列式の値が正となることであるから安定条件として次式が得られる。

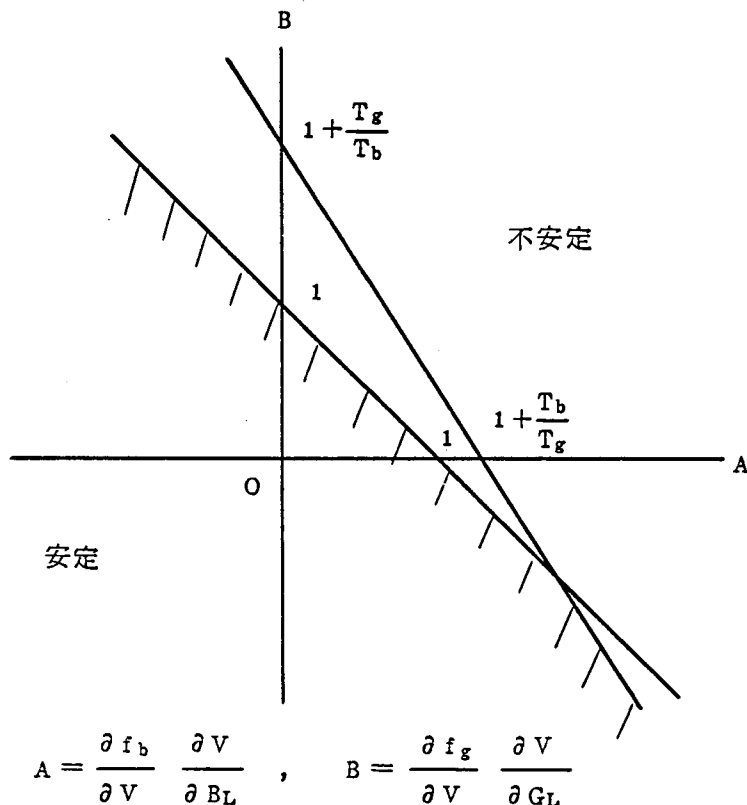
$$\frac{1}{T_b} \left(1 - \frac{\partial f_b}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \right) + \frac{1}{T_g} \left(1 - \frac{\partial f_g}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \right) > 0 \dots\dots\dots (2.16)$$

$$\frac{1}{T_b T_g} \left(1 - \frac{\partial f_b}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} - \frac{\partial f_g}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \right) > 0 \dots\dots\dots (2.17)$$

ここで

$$A = \frac{\partial f_b}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L}, \quad B = \frac{\partial f_g}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \quad \text{-----} (2.18)$$

とおくと (2.16), (2.17) 式を満たす電圧安定領域は, $T_b < T_g$ のとき第 2.3 図のようになる。負荷時電圧調整装置が接続されている場合は, $T_g = T_b$ となったが, この場合は, 明らかに (2.17) 式が成立すれば, (2.16) 式が成立する。このため安定条件は, (2.17) 式となる。ついで, $T_b \neq T_g$ と考えて, A, B の符号により場合分けして安定条件を考える。



第 2.3 図 1 機 1 負荷系統の電圧安定領域

($T_b < T_g$)

(I) $A \geq 0, B \geq 0$ のとき

(2.14) 式により, 上記条件は, $m \leq 2$ で, $Q_0 \geq 0$ (即ち遅れ負荷) かつ $n \leq 2$, あるいは $m \leq 2$ で $Q_0 < 0$ (進み負荷) かつ $n \geq 2$ のとき成立する。このときは, 安定条件は, (2.17) 式となる。

(II) $A \leq 0, B \leq 0$ のとき

上記条件は, $m \geq 2$ で, $Q_0 \geq 0$ かつ $n \geq 2$ あるいは, $m \geq 2$ で $Q_0 < 0$ かつ $n \leq 2$

のときに成立する。この場合は、常に安定となる。

Ⅳ) $A \geq 0$, $B \leq 0$ のとき

$T_g \leq T_b$ のときは、(2.17)式が安定条件となるが、 $T_g > T_b$ では安定判別を行うには(2.16)、(2.17)式の両方の条件を調べる必要がある。

Ⅴ) $A \leq 0$, $B \geq 0$ のとき

$T_g \geq T_b$ のときは、(2.17)式が安定条件となるが、 $T_g < T_b$ では、(2.16)、(2.17)式が安定条件となる。

Ⅳ)、Ⅴ)の場合には、負荷の時定数 T_b 、 T_g の比が変わることにより安定限界が変わりうることを示している。しかしながら実際の負荷特性を考えた場合、通常は遅れ負荷であり、また誘導電動機、あるいは負荷時電圧調整装置などの作用により負荷特性は、 $2 \geq m$, $n \geq 0$ と考えられるので、上記Ⅰ)即ち(2.17)式で安定判別が行いうる。

2.4 静的電圧安定条件との関連

2.3節で得られた安定条件と、Venikov氏が与えた(1.4)式の安定条件との関連について明らかにする。(2.13)の両辺を V で微分して、(2.12)、(2.14)を用いて変形すると次式が得られる。

$$\frac{dE}{dV} = \frac{\sqrt{(G+G_L)^2 + (B_L - (B+b))^2} \{ 1 - \partial f_b / \partial V \cdot \partial V / \partial B_L - \partial f_g / \partial V \cdot \partial V / \partial G_L \}}{Y} \quad (2.19)$$

従って dE/dV の符号は、(2.17)式の符号と一致する。また(2.13)式の両辺を b で微分して、変形すると次式が得られる。

$$\frac{dV}{db} = \frac{YE \{ (G+G_L)^2 + (B_L - (B+b))^2 \}^{-\frac{1}{2}} (B_L - (B+b))}{\{ 1 - \partial f_b / \partial V \cdot \partial V / \partial B_L - \partial f_g / \partial V \cdot \partial V / \partial G_L \}} \quad (2.20)$$

ここで定態安定度が保たれている条件下では、(2.15)式が満たされるため、 dV/db の符号も(2.17)式の符号と一致すると考えてよい。(1.4)式の $d(Q_g - Q_L)/dV < 0$ の条件は、 $dV/db > 0$ の条件と等価であり、従って、(1.4)式の安定条件は、(2.17)式と等価となる。第2.3節における考察により、第2.3節のⅠ)、Ⅱ)の場合は、電源電圧を微小量上昇したとき、あるいは負荷端に静電コンデンサを微小量投入したとき、負荷電圧が上昇すれば安定ということになる。(但しⅣ)では、負荷電圧は常に上昇する。)Ⅳ)、Ⅴ)の場合は、負荷電圧が上昇する領域でも不安定となる場合があることを示している。

2.5 負荷の電圧特性の電圧安定度に及ぼす影響

負荷特性 (m, n) を種々変えたとき, (2.13) 式で示される電源電圧—負荷電圧の軌跡がどのように変わるか調べる。ここで線路のサセプタンス以上に調相容量で補償することはないので $-(B+b) > 0$ である。(2.13) 式に (2.8) 式を代入して V で微分すると次式のようになる。

$$\frac{dE}{dV} = \frac{(P_0 V^{m-1} + GV) \{P_0 (m-1) V^{m-2} + G\} + \{Q_0 V^{n-1} - (B+b)V\} \{Q_0 (n-1) V^{n-2} - (B+b)\}}{Y \sqrt{(P_0 V^{m-1} + GV)^2 + \{Q_0 V^{n-1} - (B+b)V\}^2}} \quad \text{----- (2.21)}$$

$Q_0 \geq 0$ と $Q_0 < 0$ の場合に分けて考える。

(1) $Q_0 \geq 0$ のとき

$n \geq 1, m \geq 1$ のとき (2.21) 式より任意の $V (> 0)$ に対して $dE/dV > 0$ となるので, V を E の関数と考えれば, V は一価関数となる。 $n \geq 1, m \geq 1$ をさらに場合分けすると, $E-V$ 曲線の軌跡は, 第 2.4 図(a)~(c)のようになる。

$n < 1$ あるいは $m < 1$ が成り立つとき,

$$V \rightarrow 0 \quad \frac{dE}{dV} \rightarrow \text{負}$$

$$V \rightarrow \infty \quad \frac{dE}{dV} \rightarrow \text{正}$$

かつ, dE/dV の符号は一度しか変わらないから, $E-V$ 曲線の軌跡は第 2.4 図(d)~(f)のようになる。このとき V を E の関数と考えると, V は 2 価関数となり, ある E の値以下では, V の値が存在しない。

第 2.3, 2.4 節より, 図の(a)~(c)は, 常に安定であり, (e), (f)では, $dE/dV > 0$ のとき安定, (d)では, $dE/dV > 0$ の領域でも不安定領域が存在する。

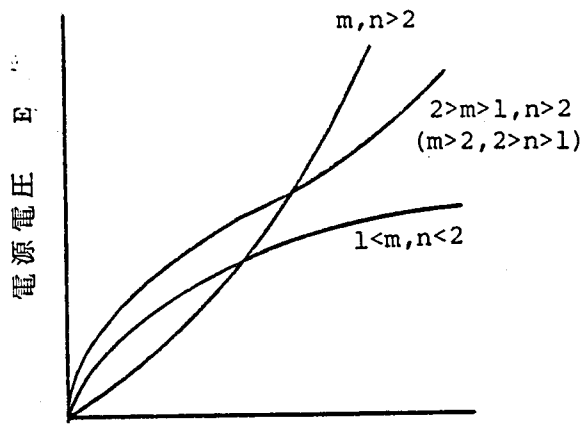
(2) $Q_0 < 0$ のとき

(2.21) 式の分子の無効電力に関する項

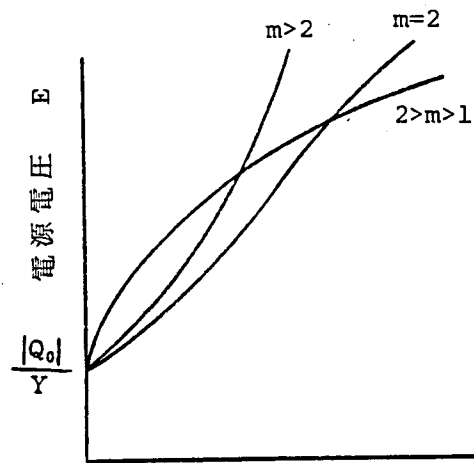
$y = \{Q_0 V^{n-1} - (B+b)V\} \{Q_0 (n-1) V^{n-2} - (B+b)\}$ の符号変化を場合分けして考える。

(a) $n > 2$ のとき

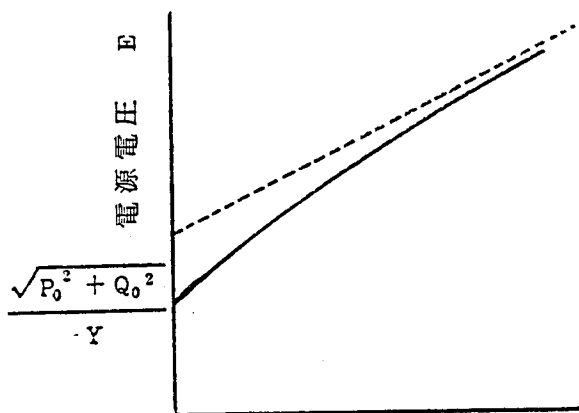
第 2.5 図(a)に示すように y は, 2 度符号を変える。



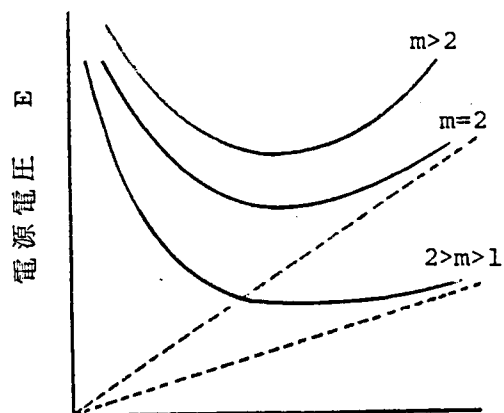
(a) $m, n > 1$ のとき



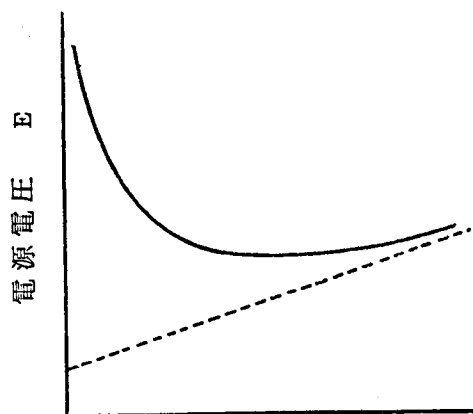
(b) $m > 1, n = 1$ のとき
($m = 1, n > 1$ も同形)



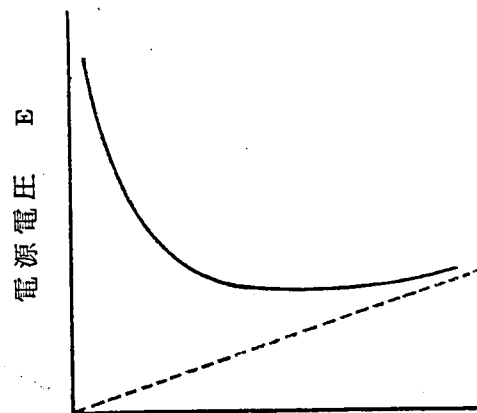
(c) $m = n = 1$ のとき



(d) $m > 1, n < 1$ のとき
($m < 1, n > 1$ のときも同形)

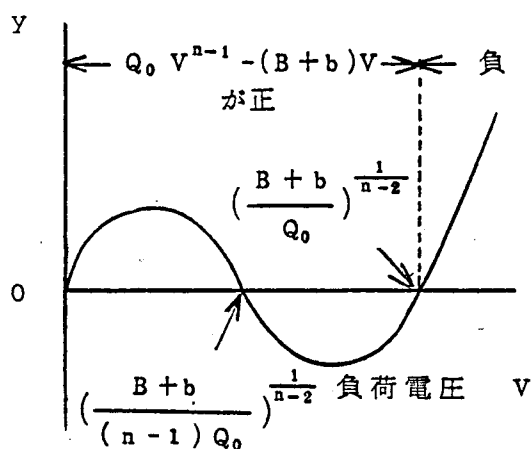


(e) $m < 1, n = 1$ のとき
($m = 1, n < 1$ のときも同形)

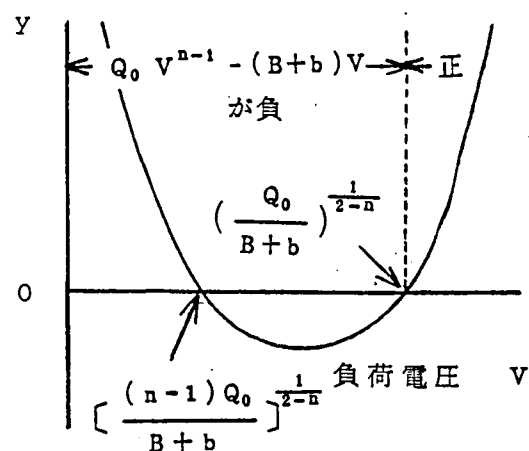


(f) $m < 1, n < 1$ のとき

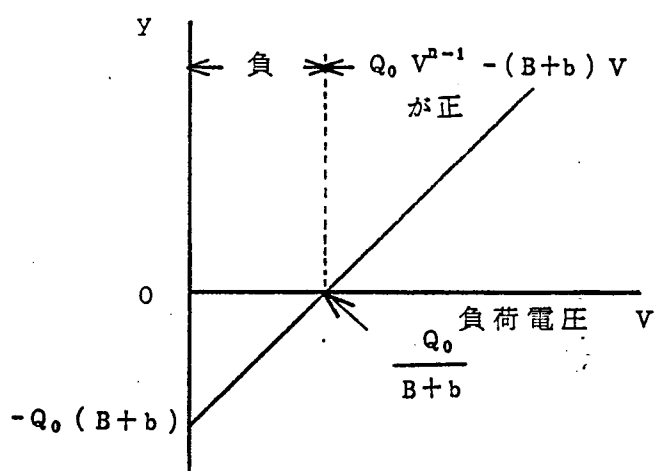
第 2.4 図 $Q_0 \geq 0$ のときの $E-V$ の軌跡



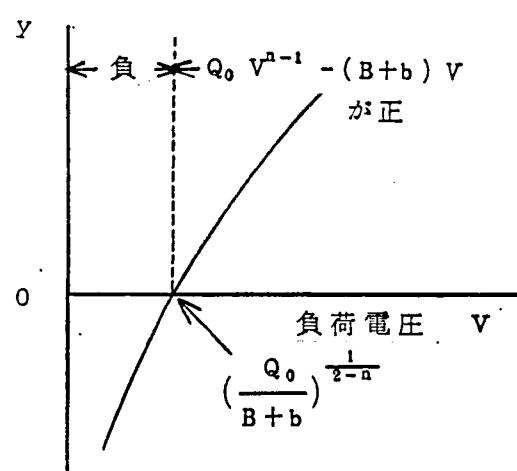
(a) $n > 2$ のとき



(b) $2 > n > 1$ のとき



(c) $n = 1$ のとき



(d) $n < 1$ のとき

$$y = \{Q_0 V^{n-1} - (B+b)V\} \{Q_0(n-1)V^{n-2} - (B+b)\}$$

第 2.5 図 $Q_0 < 0$ のときの y の変化

(b) $n = 2$ のとき

$y = (Q_0 - B - b)^2 V$ となり，符号は正となる。

(c) $2 > n > 1$ のとき

第 2.5 図(b)に y の概形を示すが，このときも y は 2 度符号を変える。

(d) $n = 1$ のとき

$y = -\{Q_0 - (B + b)V\}(B + b)$ より，第 2.5 図(c)のように y は変化する。

(e) $n < 1$ のとき

第 2.5 図(d)に y の概形を示す。 y は一度符号を変える。

$n < 1$ のとき y は，一度しか符号を変えぬから， $Q_0 \geq 0$ ， $n < 1$ のときと同じであり，従って $n < 1$ のときの $E - V$ 曲線は，第 2.4 図(d)，(f)と同形となる。 $n > 2$ のときは， $Q_0 \geq 0$ ， $n > 2$ のときの $V = 0$ の値と一致及び $V \rightarrow \infty$ のときの符号と一致するため， $V = 0$ ， $V = \infty$ の近傍の $E - V$ 曲線のふるまいは一致する。ここで (2.21) 式において y の符号変化に伴って dV/dE の符号が変化しなければ第 2.4 図(a)の $n > 2$ のときのグラフの概形と一致する。符号変化が生じた場合第 2.6 図(a)のように変化することもありうる。

$2 > n \geq 1$ のときは， $V = \infty$ の近傍では， $Q_0 \geq 0$ ， $2 > n \geq 1$ の $E - V$ 軌跡のふるまいと一致するが， $V = 0$ では異なる場合が生じる。 $n = 1$ の場合の軌跡を第 2.6 図(b)，(c)に示す。 $2 > n > 1$ のときの $E - V$ 軌跡を第 2.6 図(d)～(f)に示す。

ここで (2.15) 式で与えられる位相角 $\varphi - \theta$ が，

$$0 \leq \varphi - \theta < \frac{\pi}{2}$$

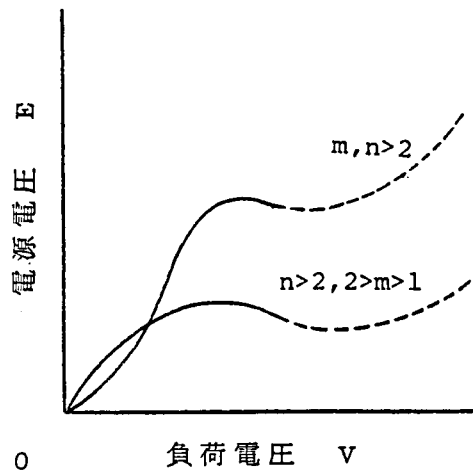
の範囲内であれば，定態安定度の観点からは，運転しうる。上記の条件は， $Q_0 V^{n-1} - (B + b)V > 0$ であることを意味し，第 2.6 図における実線が，この領域に対応し，点線が，定態安定度の観点から運転し得ない領域であることを示している。即ち $Q_0 < 0$ の場合は，電圧安定度の面よりむしろ定態安定度が問題となると言える。

2.6 小型機による電圧不安定現象の模擬実験

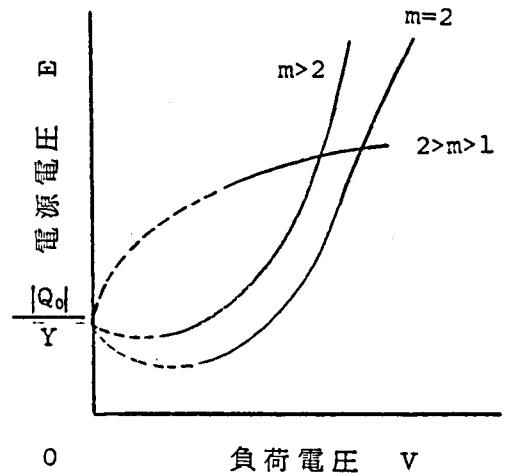
第 2.3 節の安定条件の妥当性を確かめるために小型機による電圧不安定現象の模擬実験を行った。本節ではその結果について述べる。

2.6.1 試験回路の構成

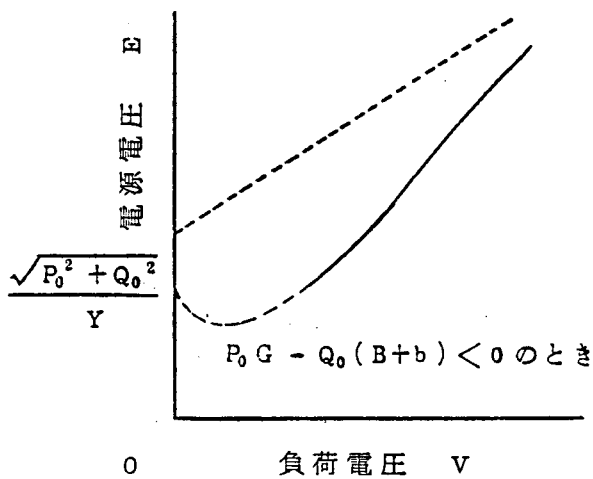
第 2.7 図に回路構成を示す。電圧不安定現象を起しやすい回路条件とするには，負荷として定電力特性に近いものを用い，送電線の容量に対して大きい負荷を接続すればよい。



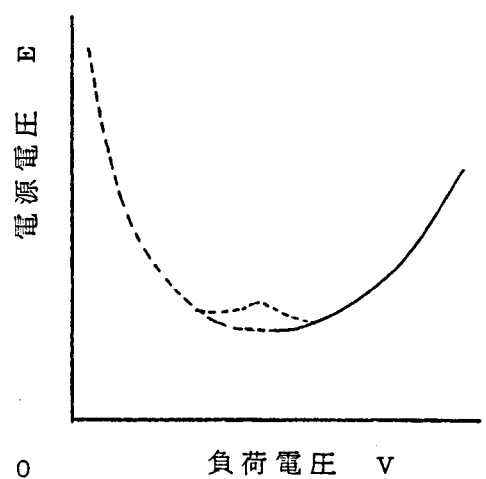
(a) $m > 1, n > 2$ のとき



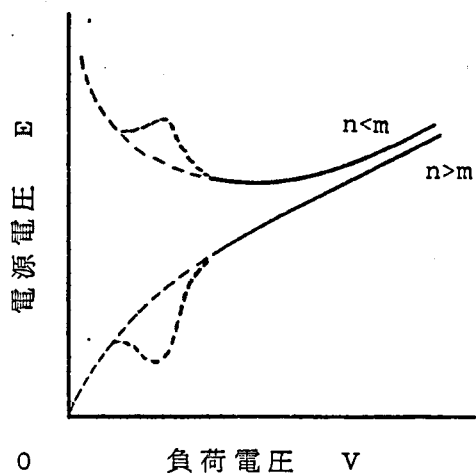
(b) $m > 1, n = 1$ のとき



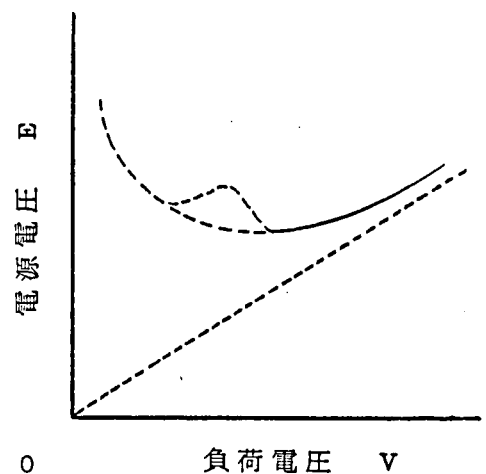
(c) $m = n = 1$ のとき



(d) $2 > n > 1, m > 2$ のとき

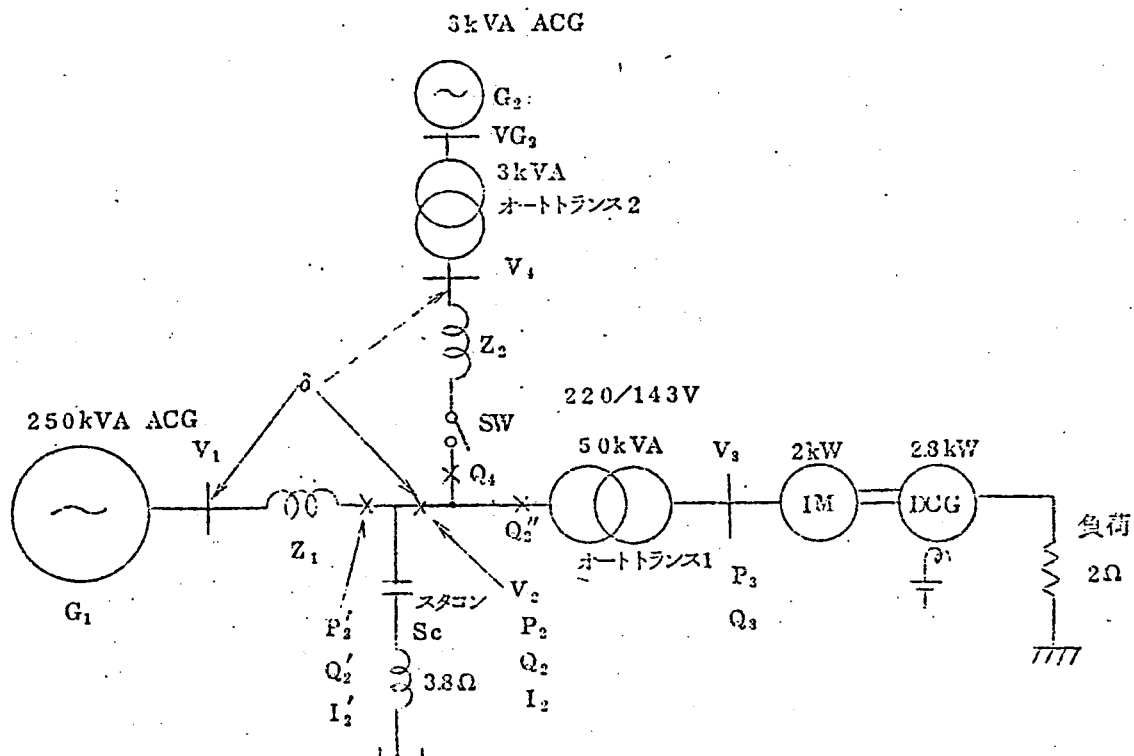


(e) $2 > m > 1, 2 > n > 1$ のとき



(f) $m < 1, 2 > n > 1$ のとき

第 2.6 図 $Q_0 < 0$ のときの $E-V$ 軌跡



第2.7図 試験回路の構成

第2.4表 3kVA発電機の仕様

型式	S-R	周波数	50/60Hz
電圧	110/220V	r.p.m	1500/1800rpm
電流	15.7/7.86A	P F	0.8
出力	3kVA	界磁電圧	110V
相	3相		
Xd		64.5%	
Xd'		20.4	
Xd''		16.2	
Xq		43.0	
Xq''		35.0	
Ra		8.68	
X2		1.4	
Td0'		0.257sec	
M		3.58sec (IM含む)	

このため負荷としては、定電力特性を示すことが知られている誘導電動機 (IM) を用い、これにより直流発電機 (DCG) を駆動してその出力端子に 2Ω の抵抗を接続した。

発電機端子が無限大母線となるように負荷の容量に対して十分大きい容量の 250 kVA 交流発電機 (ACG) G_1 を用いた。端子電圧 V_1 はサイリスタ式電圧調整機 (AVR) により調整されている。3 kVA ACG (G_2) の励磁は他励で AVR はなく、オートトランス 2 を介してインピーダンス Z_2 を通り系統に接続している。第 2.1 ~ 2.4 表に IM, DCG, 250 kVA ACG (G_1), 及び 3 kVA ACG (G_2) の仕様を示す。

2.6.2 負荷特性の構成

DCG の界磁電圧を一定とし、また 50 kVA のオートトランスのタップ整定を 220V / 143 V に固定し、 $Z_1 = 0$ で 250 kVA ACG の AVR 整定電圧 $V_1 (=V_2)$ を変えたときの P_2 , Q_2 と V_2 (V_3) との関係を第 2.8 図に示す。このときの DCG 出力は $V_3 = 220$ V の時、0.72 kW であった。図において $V_2 = 150$ V 付近で、 P_2 , Q_2 とほぼ電圧に無関係で一定の特性となったため、この負荷を以下の実験で用いた。なおこのときの測定法及び以下の実験での測定法を次項で述べる。

2.6.3 測定法

a) 定常時の測定法

V_1 , V_2 : デジタルボルトメータで測定した。

δ : V_1 と V_2 あるいは V_4 の間の電圧の位相差を位相角メータで直流出力し、その電圧をデジタルボルトメータで測定した。 ($1V = 34.5^\circ$)

P : 2 電力計法を用いた 3 相電力計を使用した。

Q : 各相の電流が、アンバランスのため各相間に单相電力計を接続し、(r 相電流と s t 相間電圧の組合せ、以下 s 相電流と tr 相間電圧、 t 相電流と rs 相間電圧)、それぞれを加えその和の $1/\sqrt{3}$ の値とした。

b) 過渡状態における測定法 (オシログラム)

V_1 , V_2 : 3 相全波整流を行い 10 msec の 1 次遅れフィルタを挿入して測定した。

δ : 位相角メータの直流出力を測定した。

P : ホールコンバータを用い、2 電力計法により直流出力し、その電圧を増幅して測定した。

Q : 前記の P の測定でいずれかの相の電流の極性を反転して出力を得る。各相の電流がアンバランスであるため、この 2 電力計法で Q を測定すると誤差が生じるが、一応の

第2.1 表 I M の仕様

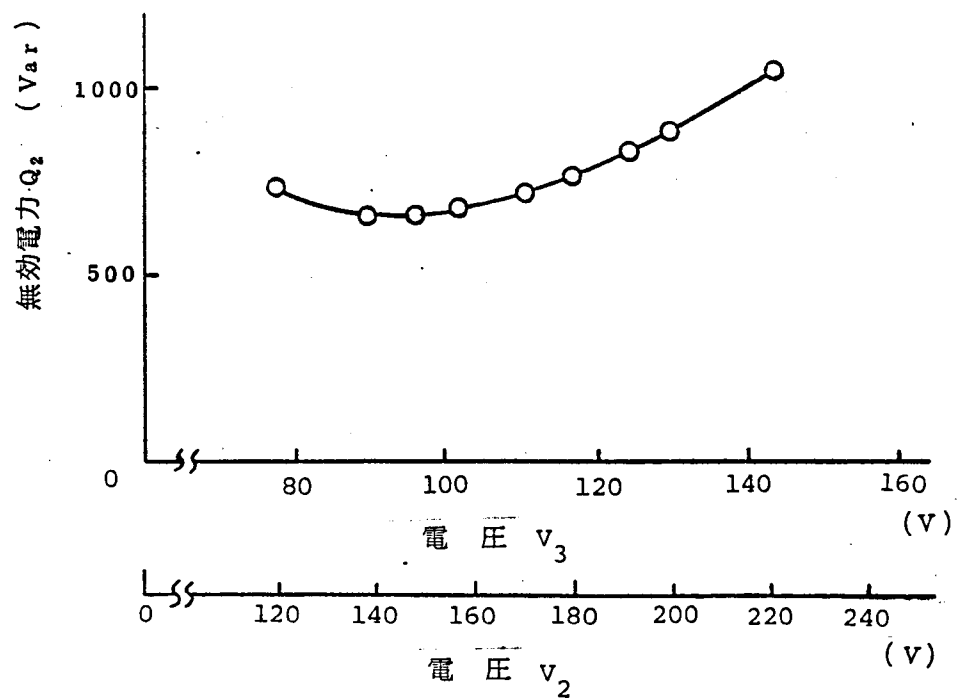
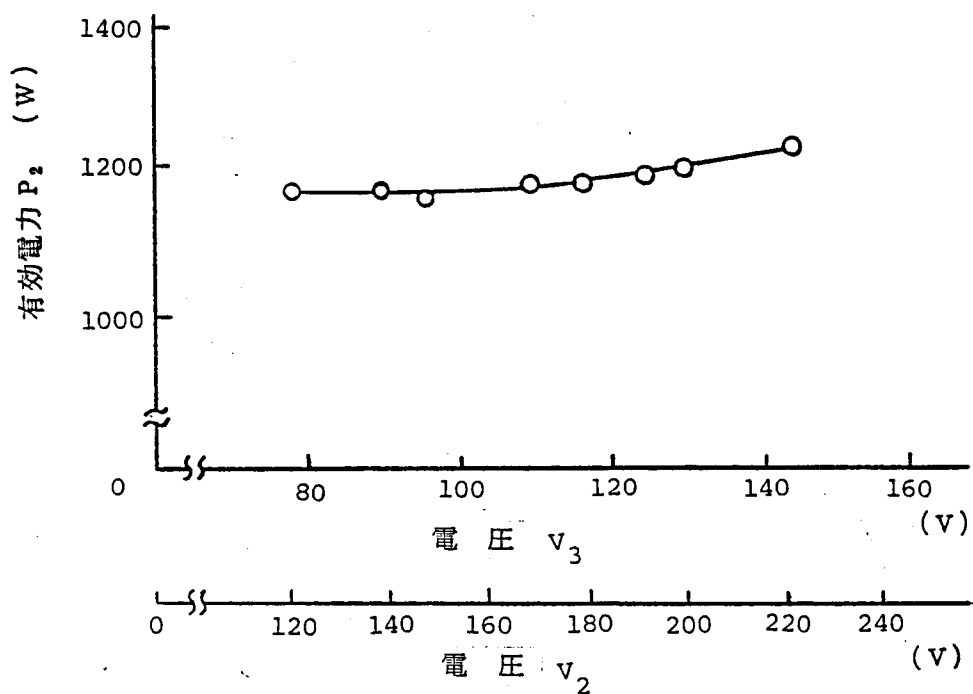
TYPE	T. O	VOLT	200	200	220
FORM	D. R	CYCLES	50	60	60
PHASE	3	RPM	950	1140	1140
kW	2	AMPS	9.5	9.0	8.5
POLES	6	SEC. VOLTS	49	49	54
		// AMP	28	28	25

第2.2 表 DCG の仕様

TYPE	EFUCO
FORM	K
VOLTS	100
AMP. S	23
POWER	3HP
界磁	複巻

第2.3 表 250kVA 発電機の仕様

型 式	SB-RD	極 数	6 P
出 力	250kVA	周 波 数	50 Hz
電 圧	440V	M	58.5kW s/kVA
電 流	328A	r_a	0.0065 Ω /相(20°C)
相 数	3 相	無負荷定格電圧に達する I_f	13 A
回 転 数	1000rpm		
各種定数		試 験 法	
Xd	65.6 %	無負荷飽和特性, 三相短絡特性より滑り試験法	
	69.5	($I = 75 A$)	
	86.2	三相突発短絡試験より (短絡前の Ger. V=134V)	
Xd'	20.9	"	
Xd''	10.9	"	
	12.1	ダルトン・カメロン法 ($I = 65 A$)	
Xq	4.4	滑り試験より ($I = 65 A$)	
Xq''	18.4	ダルトン・カメロン法 ($I = 65 A$)	
Td'	1.13sec	三相突発短絡試験より (短絡前の Ger. V=134V)	
Td''	0.021	"	
Tdo'	4.57	" (" =220V)	
Tdo''	0.013	滑り試験法 ($I = 100 A$)	



第 2.8 図 負荷の電圧特性

目安を与えるものである。

2.6.4 試験結果

第 2.7 図の模擬系統に対して以下の項目を調べる目的で実験を行った。

- (1) G_2 の回路を開いて、 V_1 を下げることにより、電圧安定限界における電圧値を測定し、 $dV_2/dV_1=0$ となる点が安定限界であることを確かめる。また調相容量の値が安定限界値に及ぼす影響を調べる。
- (2) 電圧崩壊中に調相容量を投入したときの効果を調べる。
- (3) 負荷近くに電源 (G_2) があつたときに、電圧安定度がいかに改善されるかを調べる。
- (4) $dV_2/dV_1<0$ となる平衡点が不安点平衡点であることを確かめる。

以下上記の順に従って試験結果を述べる。

(1) G_2 の回路を分離した場合

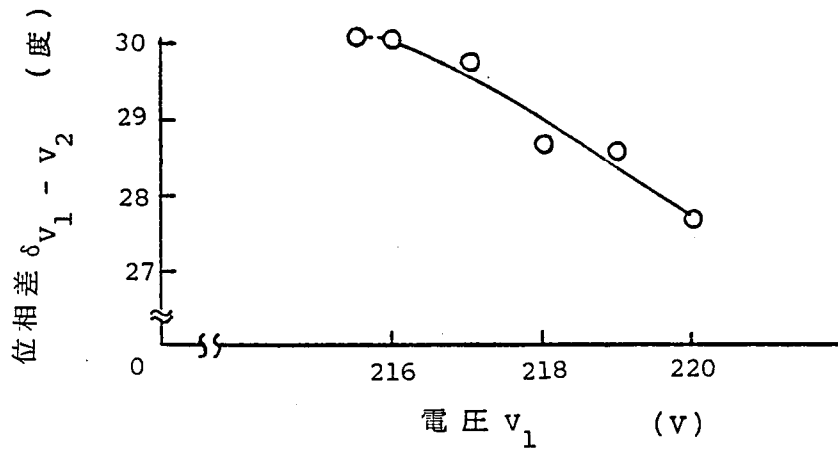
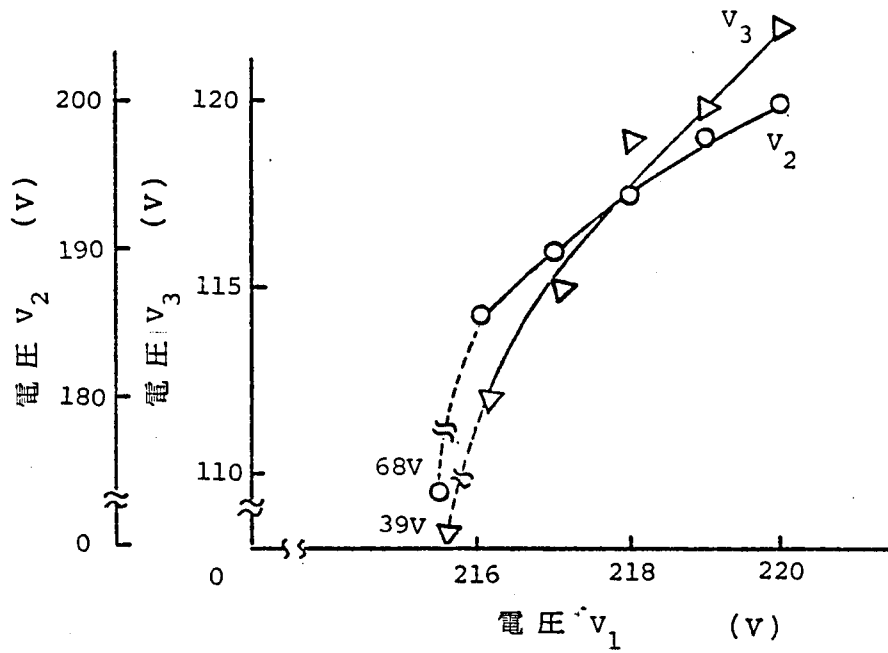
インピーダンス $Z_1 = 17.2 \Omega (1.62 + j17.12)$ とした。このように大きくしたのは、送電線容量に対して負荷の容量が大きくなるようにして、電圧不安定を起こしやすくするためである。 V_2 の点に調相容量 $S_C = 80 \mu F$ を接続して、 $V_1 = 220 V$ で $V_2 = 200 V$ となるように調節した。なお瞬時電流を抑えるために、 S_C と直列に 3.8Ω のリアクトルを挿入した。

第 2.9 図は、 V_1 の電圧をゆっくりさげていった場合の V_2 、 V_3 及び $\delta_{V_1-V_2}$ の関係を示す。この図において $V_1 = 216 V$ 以下になると急激に V_2 、 V_3 が低下し、電圧不安定現象が発生し、IM は停止してしまう。この状態をとったオシログラムが第 2.10、2.11 図である。第 2.10、2.11 図とも同一条件で撮ったものであるが、 P 、 Q の測定に同じ測定器を使用しているため、同時に測定できず、別々のオシログラムに撮ったものである。

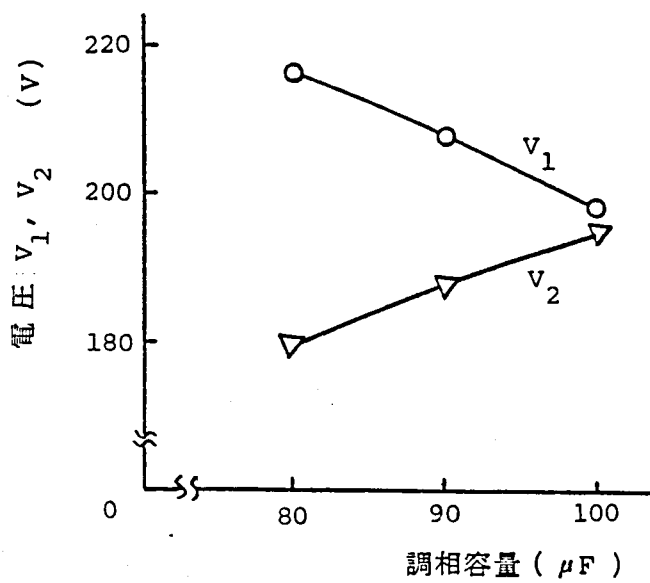
第 2.12 図は、 S_C を $80, 90, 100 \mu F$ と大きくしていった場合の電圧安定限界の V_1 、 V_2 を示している。 S_C を大きくしていくと、電圧安定限界点の V_1 は下がるとともに V_2 は上がっていることがわかる。これは S_C を挿入したことにより進相電力を供給し、 V_2 の電圧が上昇するため、電圧安定限界点の V_1 の値が下がるためである。

(2) 電圧崩壊途中での調相容量投入の効果

第 2.12 図より、 $V_1 = 210 V$ で $S_C = 80 \mu F$ のときは、必ず電圧崩壊現象が起きるが、 $S_C = 90 \mu F$ では安定である。そこで $S_C = 80 \mu F$ として電圧崩壊途中において S_C を $10 \mu F$ 追加投入してその効果を調べたのが、第 2.13、2.14 図である。 S_C を



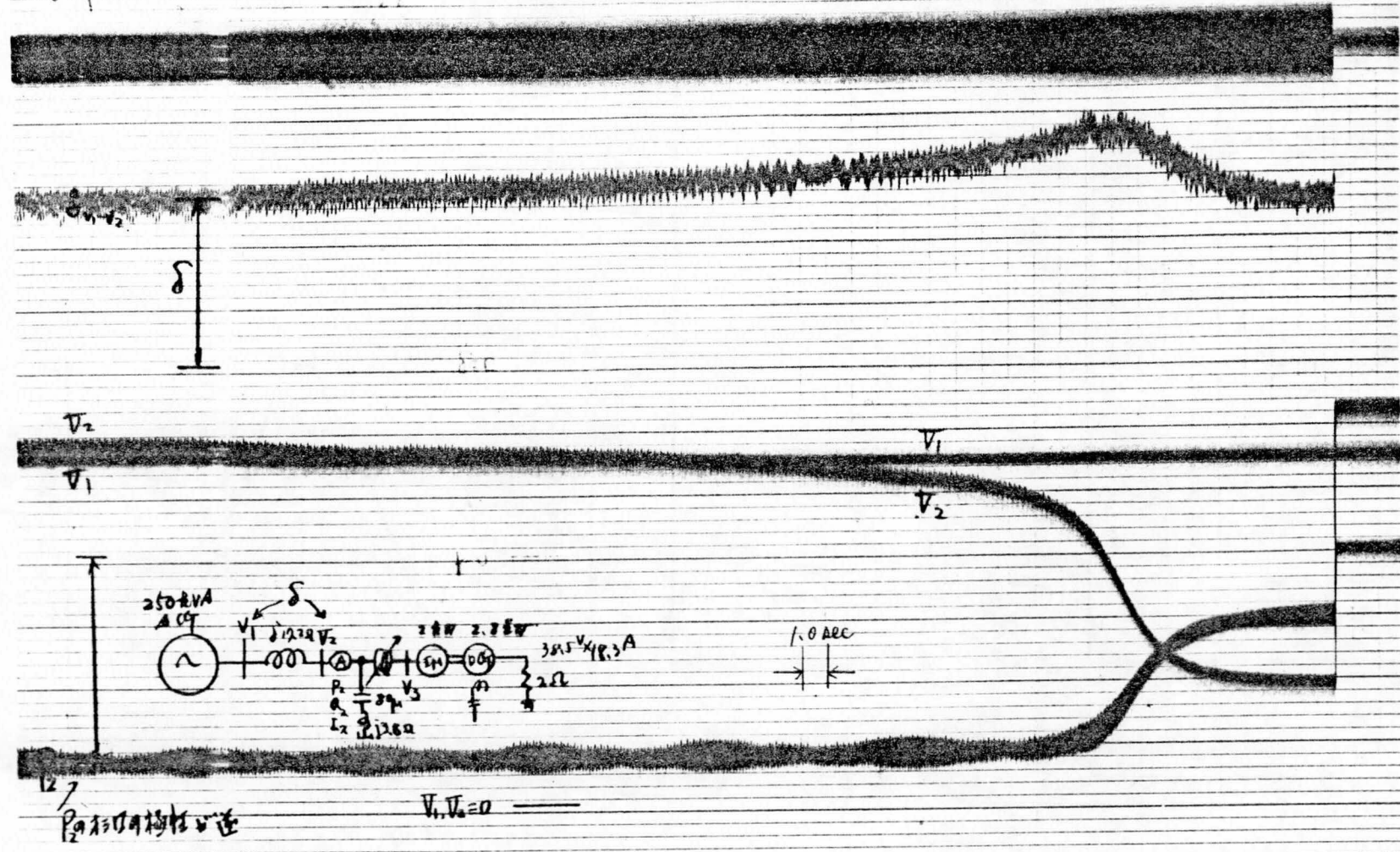
第 2.9 図 V_1 を下げたときの V_2 、 V_3 及び $\delta V_1 - V_2$ の軌跡



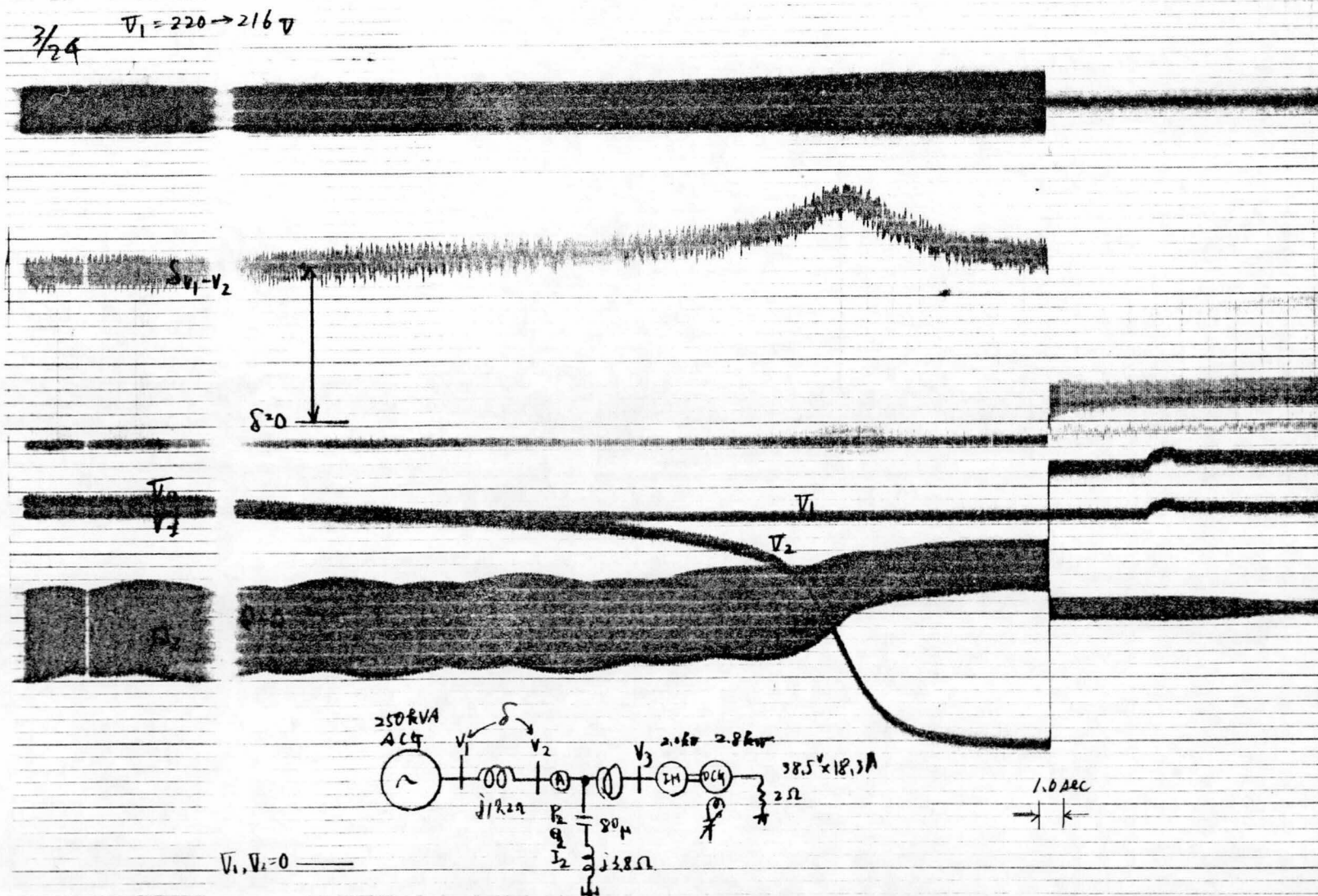
第 2.12 図 調相容量追加による安定限界の変化

3/24

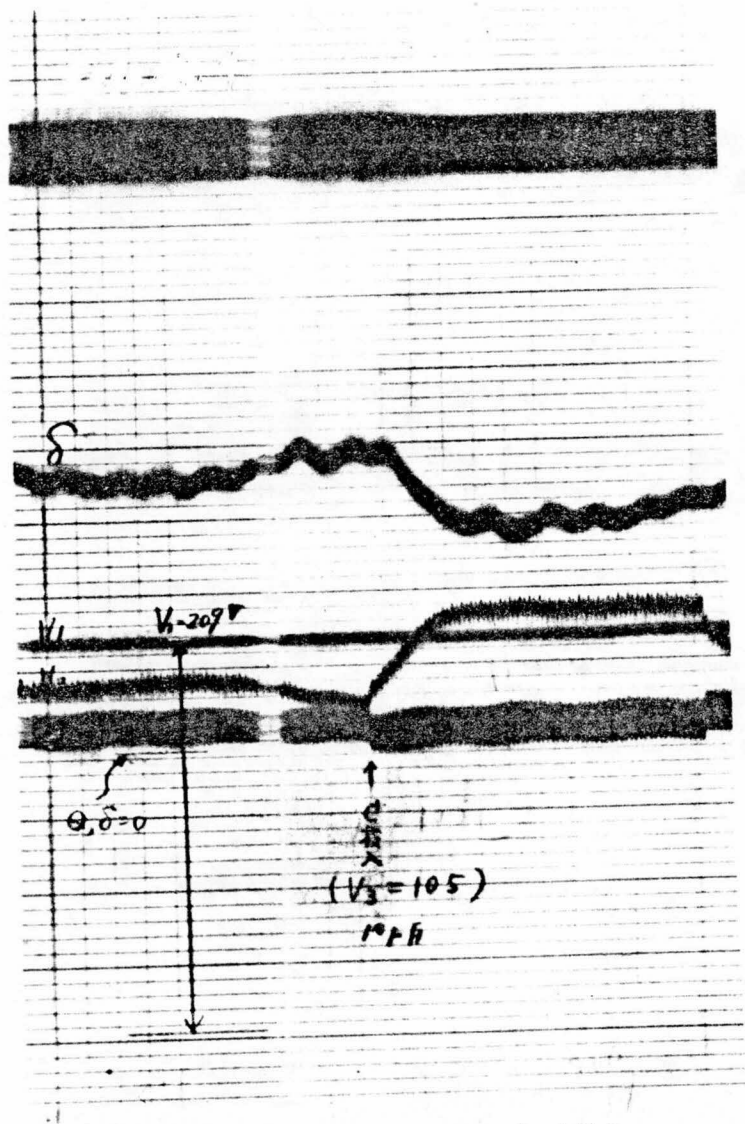
$$V_1 = 220 \rightarrow 216 \text{ V}$$



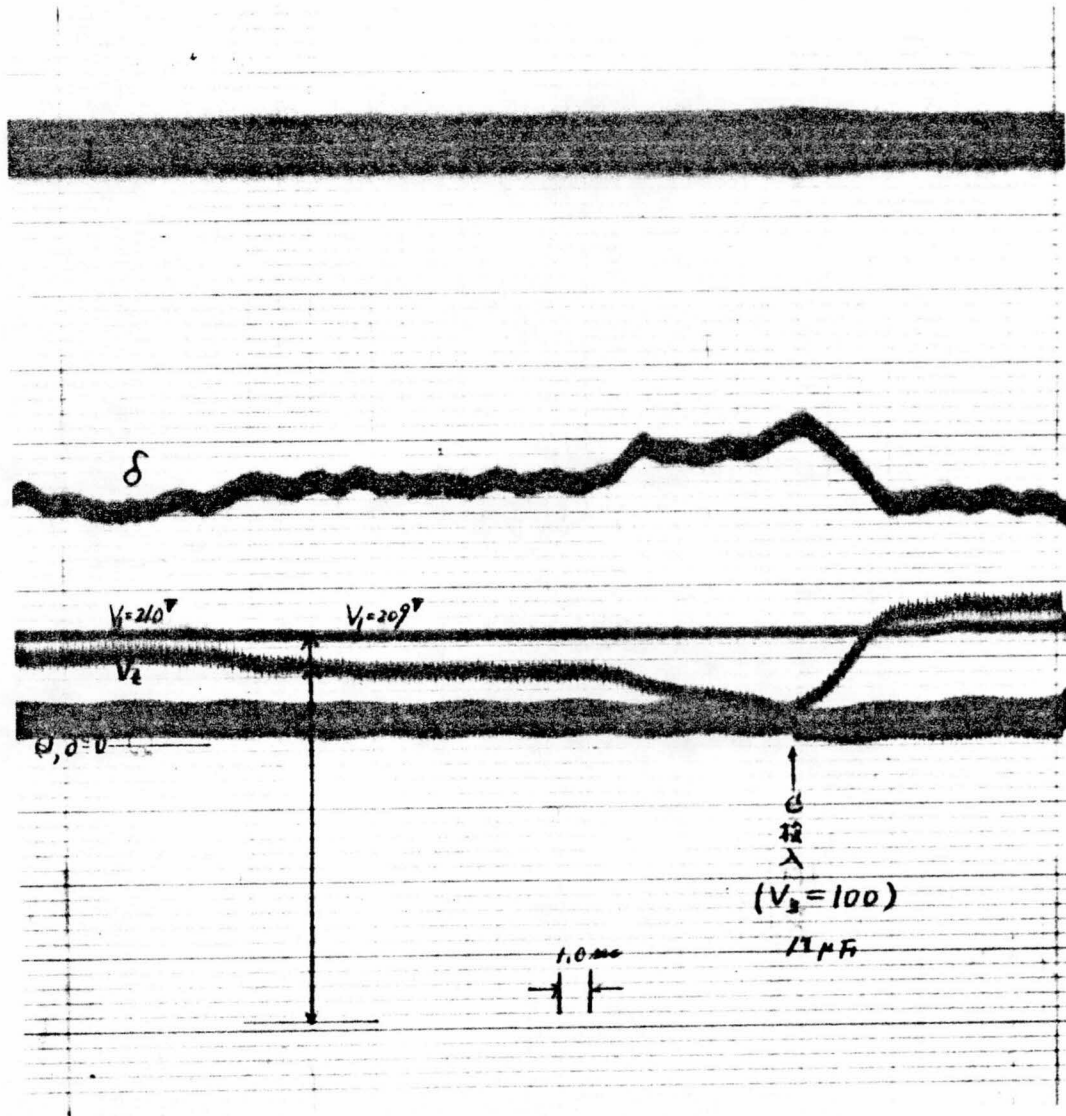
第 2.10 図 負荷側に調相容量 (80 μF) がある場合の P_2 の変化 ($Z_1 = 17.2 \Omega$)



第 2.1.1 図 負荷側に調相容量 ($80\mu F$) がある場合の Q_2 の変化 ($Z_1 = 17.2\Omega$)

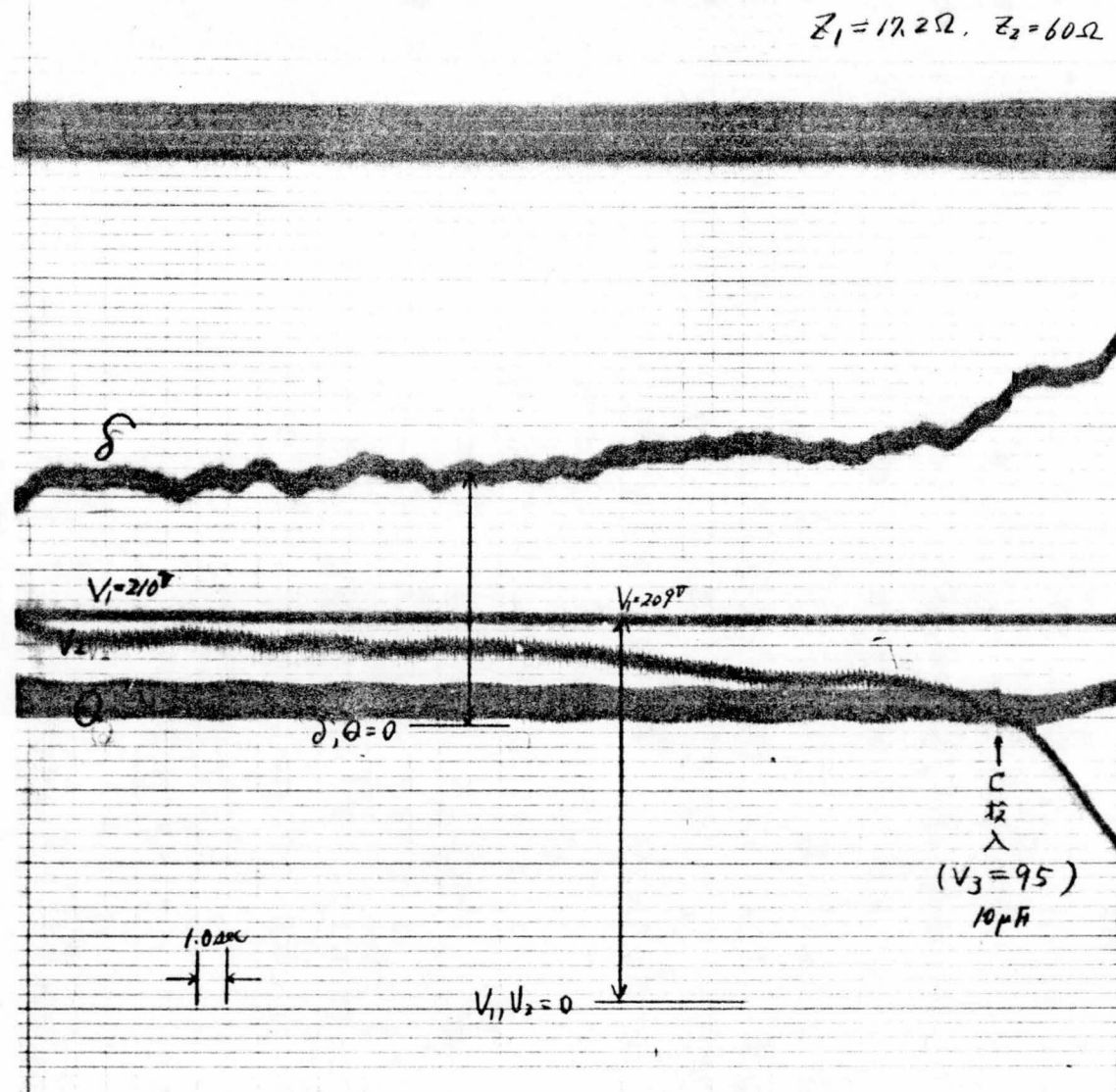


(a) $V_3 = 105V$ で S_c 投入



(b) $V_3 = 100V$ で S_c 投入

第 2.13 図 電圧崩壊途中で調相容量を投入したときのオシログラム



第 2.1 4 図 電圧崩壊途中で調相容量を投入したときのオシログラム

($V_3 = 95V$ で投入)

投入する時点を $V_3 = 105 \text{ V}$ 及び 100 V に下がった点で行った場合は、安定になっているが、 $V_3 = 95 \text{ V}$ では不安定となっている。これは、 S_C から供給される無効電力が、その点の電圧の自乗に比例するため、電圧が下がった時点で投入したのでは、その効果が低減するためである。実系統においては、負荷点における調相器のバンク数は有限であるから、電圧不安定現象が発生したとき、なるべく早めに調相容量を投入すれば、電圧崩壊が防止できる可能性があることを示している。¹⁶⁾

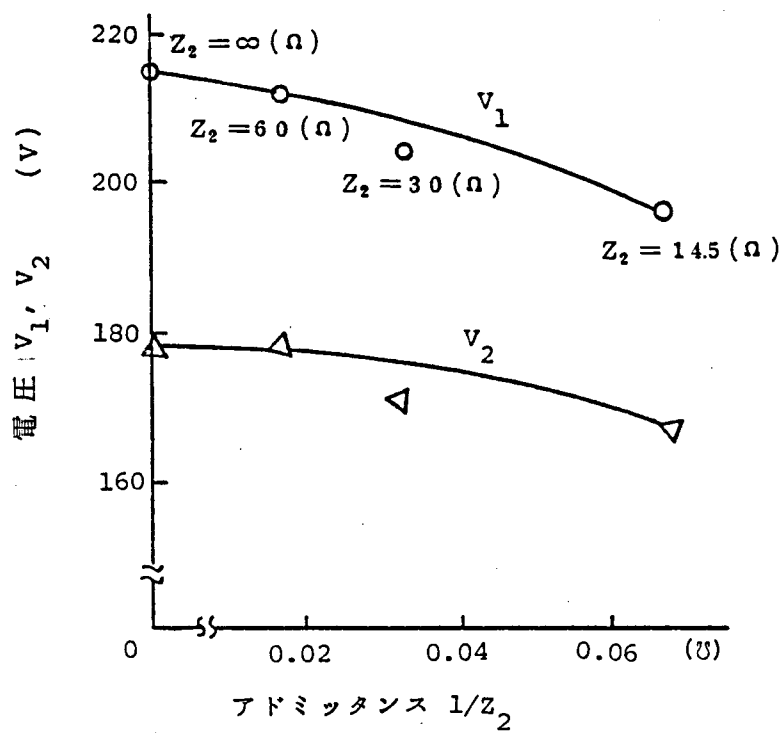
(3) G_2 を接続した場合

G_2 から回路に流入する電流が 0 となるようにして Z_2 の値を変えて、安定限界の変化を調べた。第 2.15 図(a)に $Z_1 = 17.2 \Omega$ 、 $S_C = 80 \mu\text{F}$ で Z_2 を変えていったときの電圧安定限界の V_1 、 V_2 の曲線を示す。横軸として $1/Z_2$ をとっている。図より、 G_2 を接続することにより安定領域が拡大すること、また Z_2 が小さくなる (G_2 が負荷に近接する) 程安定領域が拡大することがわかる。

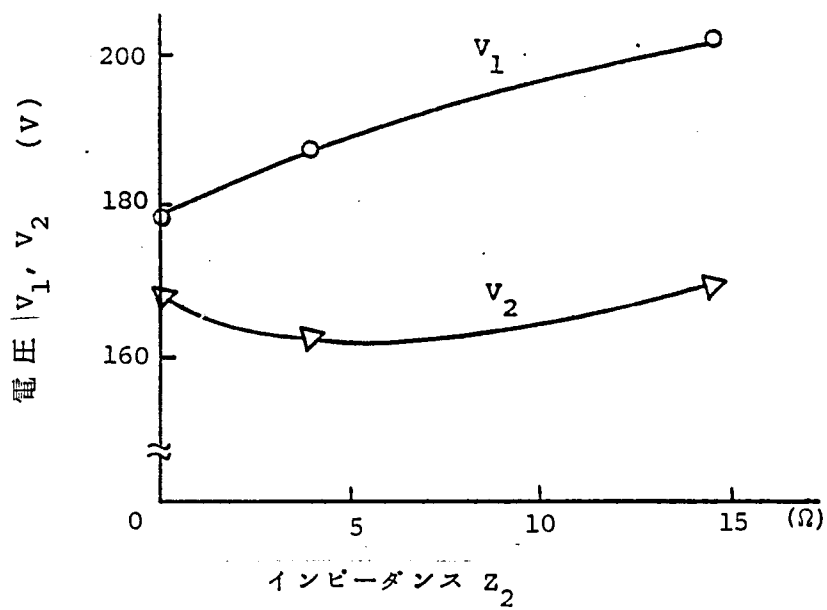
Z_1 を 17.2Ω から 19.2Ω に増し、 $Z_2 = 0, 3.84, 14.5 \Omega$ と変えた場合の安定限界における V_1 、 V_2 の関係を第 2.15 図(b)に示す。これも V_1 に関して見れば第 2.15 図(a)と同様の性質を示している。安定限界から V_1 を微小量下げたときのオシログラムを、第 2.16 ~ 2.18 図に示す。 $Z_2 = 0, 3.84 \Omega$ では同期外れも起きているが、電圧 V_2 の低下が始まる前の V_1 と V_4 の位相差が 60° 及び 55 度であること、及びまず電圧 V_2 の低下が始まったことにより定態安定度が原因とは考えられず電圧安定度喪失に起因すると思われる。即ち電圧 V_2 が低下した分を相差角 $\delta_{V_1-V_4}$ を広げることにより一定電力を供給しようとするが、そのために $\delta_{V_1-V_4}$ が定態安定度限界を逸脱して同期外れが生じたものであろう。なお $Z_2 = 0$ で、 $Z_1 = 17.2 \Omega$ の場合は、 V_1 を 173 V まで下げても安定であり、この電圧以下には AVR の整定ができなかった。

(4) $dV_2/dV_1 < 0$ が不安定平衡点であることの確認

第 2.19 図に $Z_2 = 0$ 、 $P_4 = 0$ 、 $V_1 = 215 \text{ V}$ (一定) で V_4 をオートトランスで変えた場合の V_2 と P_2 、 Q_2 及び Q_4 の関係を示す。この図から $V_2 = 143$ 、及び 195 V の 2 点で $Q_4 = 0$ となる。この点が G_2 が開かれているときの $dV_2/dV_1 < 0$ 、と $dV_2/dV_1 > 0$ の点に対応し、 $V_2 = 143 \text{ V}$ は、 G_2 がなければ不安定平衡点となる。この点で G_2 を切り離せば、この点では平衡し得ず、安定平衡点 $V_2 = 195 \text{ V}$ に戻るか、電圧が低下して $V_2 \rightarrow 0$ (実際には 1 M が停止して定インピーダンスになるのである電圧点に落ちつく。) となる。第 2.20 図に G_2 を切り離したときのオシログラムを示す。

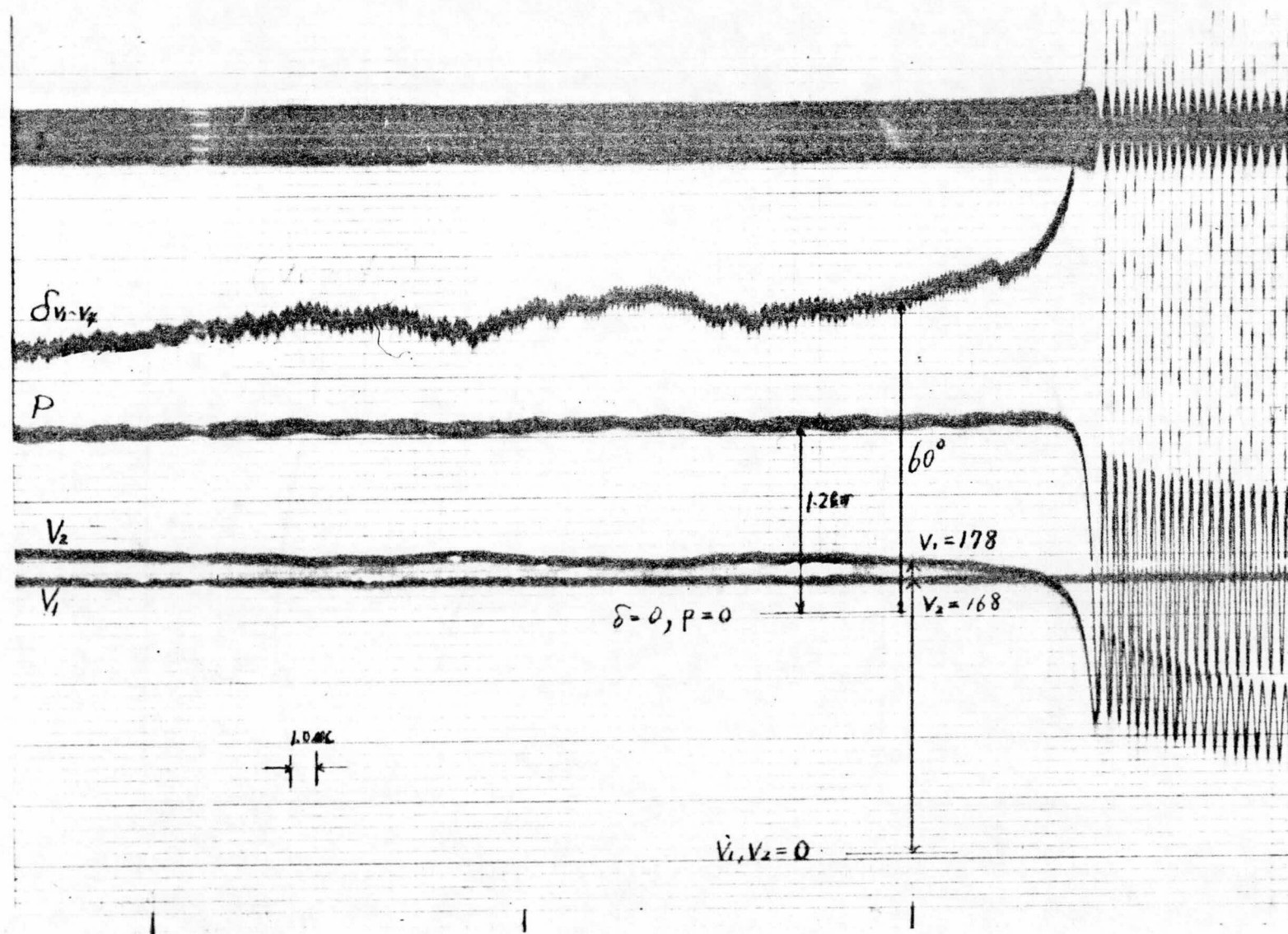


(a) $Z_1 = 17.2 \Omega$ のとき



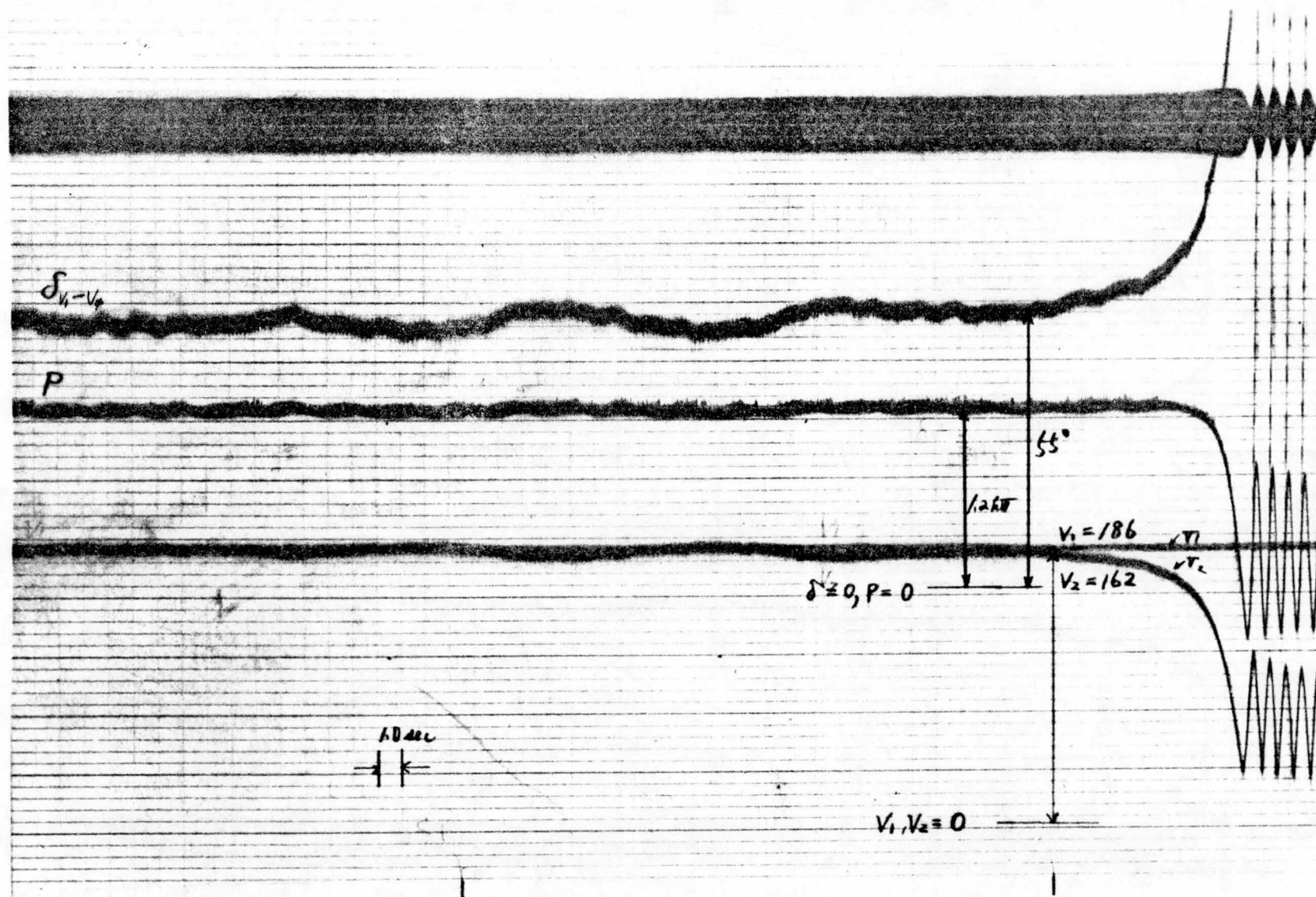
(b) $Z_1 = 19.2 \Omega$ のとき

第 2.15 図 Z_2 を変化させたときの安定限界の変化



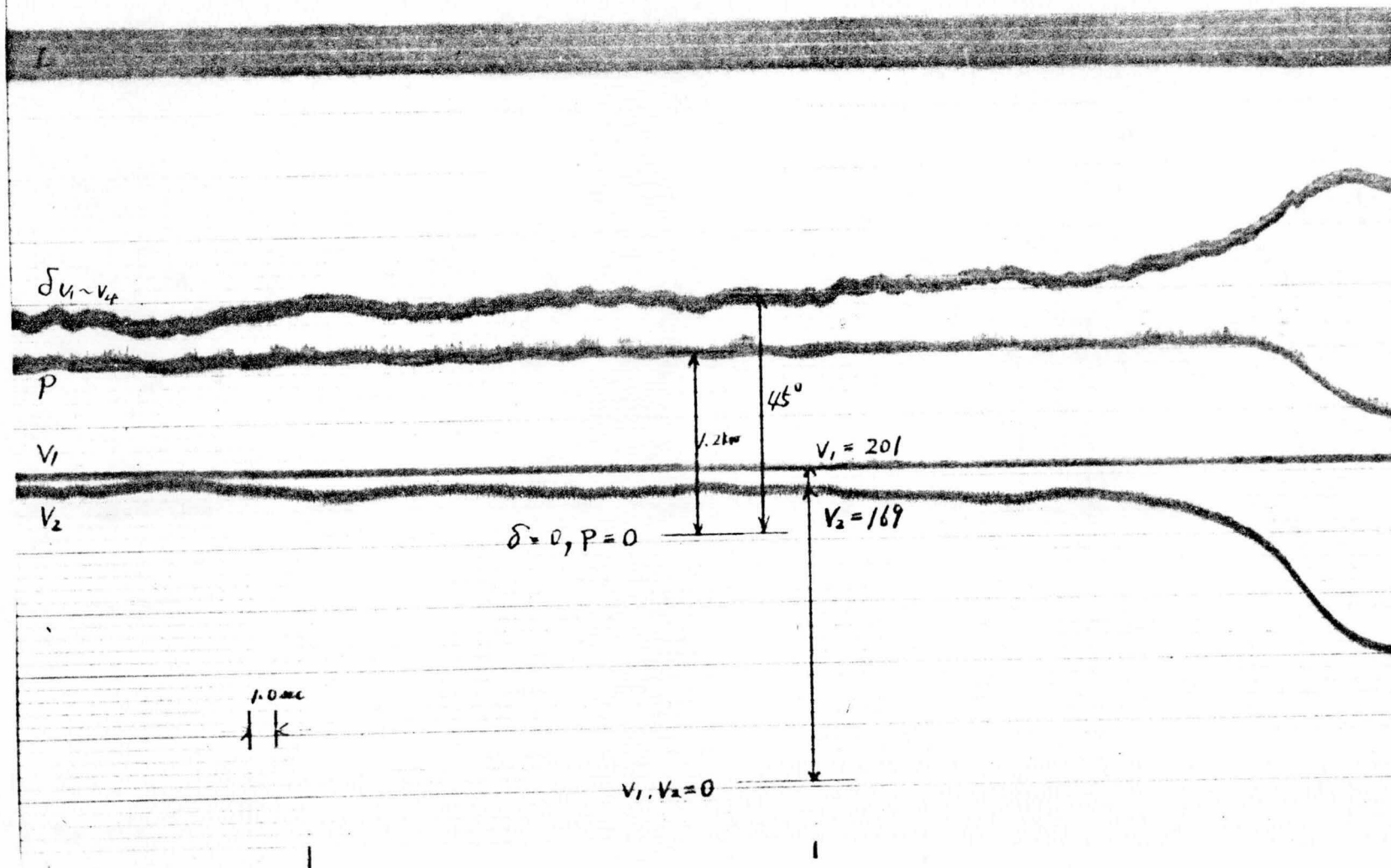
第 2.16 図 G_2 接続時の電圧崩壊のオシログラム

($Z_1 = 19.2 \Omega$, $Z_2 = 0 \Omega$)



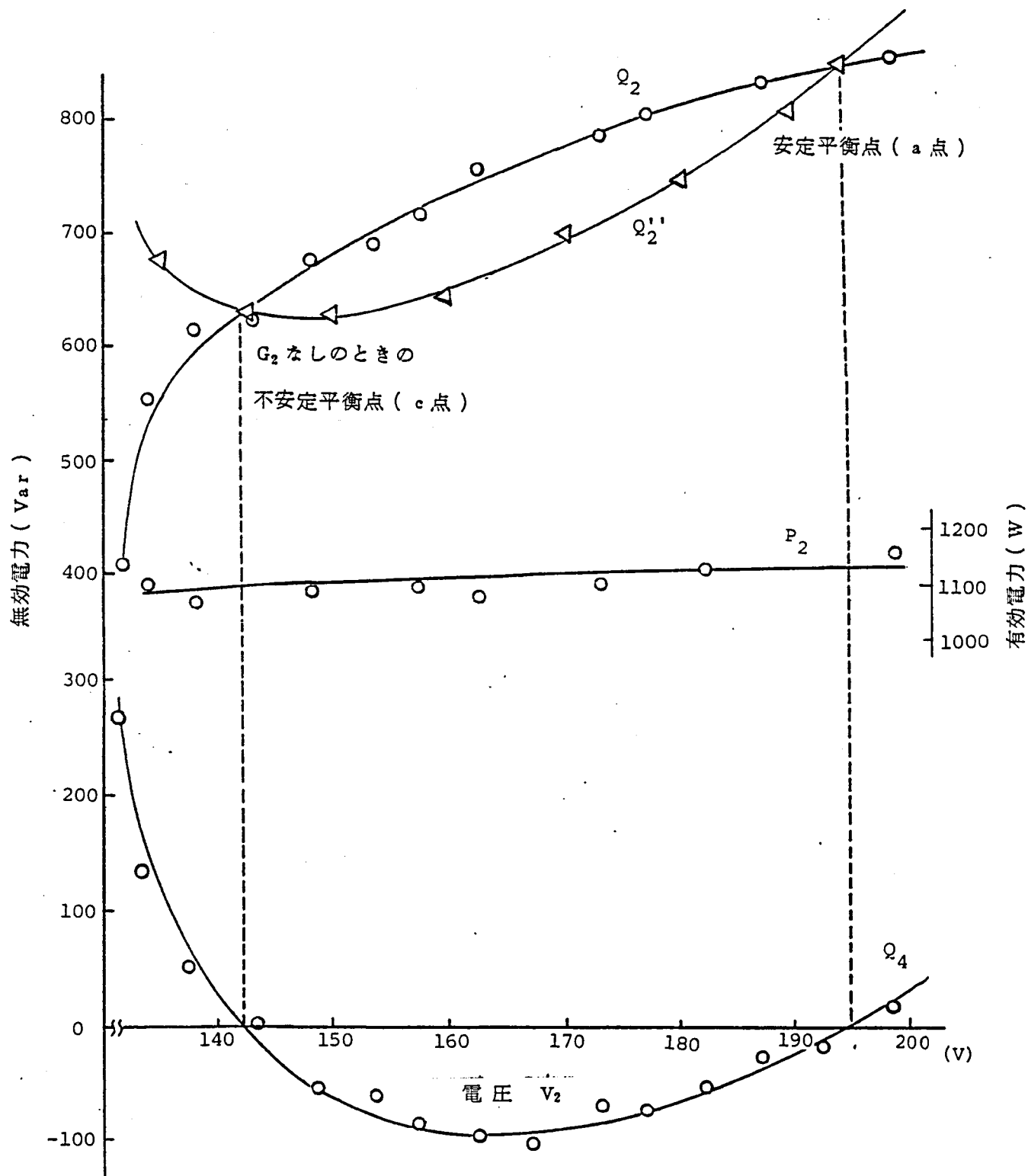
第 2.17 図 G_2 接続時の電圧崩壊のオシログラム

($Z_1 = 192 \Omega$, $Z_2 = 384 \Omega$)

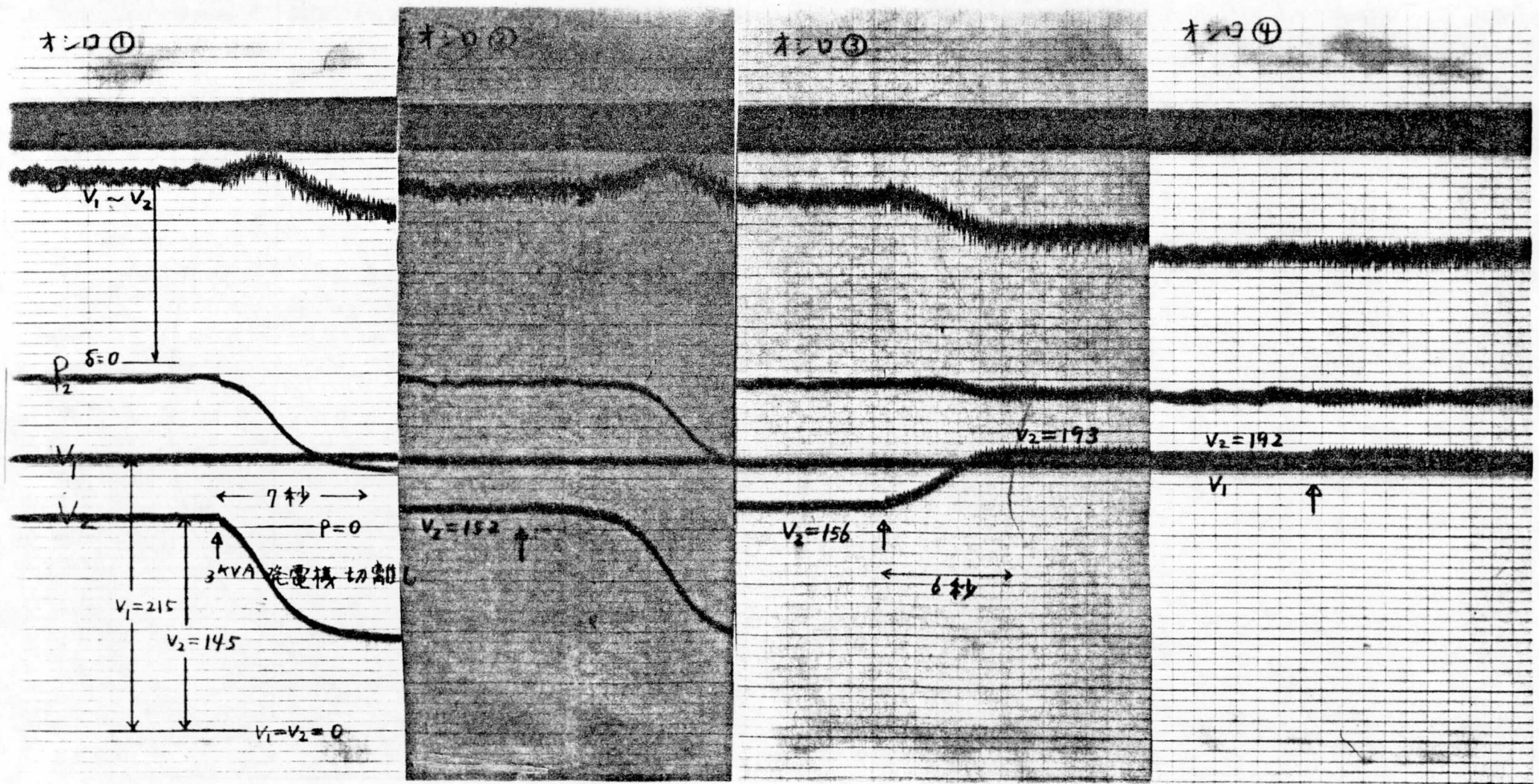


第 2.18 図 G_2 接続時の電圧崩壊のオシログラム

($Z_1 = 19.2 \Omega$, $Z_2 = 14.5 \Omega$)



第 2.19 図 電圧—無効電力特性



第 2.20 図 G_2 を 切り 離 した 実 験 の オ シ ロ グ ラ ム

オシロ 1, 2, 3, 4 ではそれぞれ $V_2 = 145, 152, 156, 192 \text{ V}$ で G_2 を切り離した場合で、オシロ 1, 2 では電圧は低下して、IM が停止しているが、オシロ 3, 4 では電圧平衡点に移動している。

この実験は、負荷端に近い電源が脱落した場合、電圧の異常低下あるいは上昇の現象が起こりうることを示している。

2.6.5 安定条件式との比較

実験回路で G_2 が不在の場合、調相容量を $80, 90, 100 \mu\text{F}$ と変えたときの V_1, V_2 の電圧安定限界値を、 $dV_2/dV_1 = 0$ より求めこれと実験値とを比較する。

第 2.8 図の負荷 P_2, Q_2 の電圧特性は、ほぼ 2 次曲線の形をしていることから、2 次曲線と仮定して最小自乗法により、その係数を求めると、

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= 1297 - 1.951V_2 + 0.007409V_2^2 \\ Q_2 &= 2012 - 18.67V_2 + 0.06466V_2^2 \end{aligned} \right\} \text{-----} (2.22)$$

となる。第 2.5 表に実験値と (2.22) 式により求めた値とを対応させて示すが、両者はかなりよく一致しているので、負荷特性として (2.22) 式を用いる。

第 2.6 表に、安定限界における V_1, V_2 の実験値、及び理論値を示す。理論値については、線路抵抗分を無視した場合と考慮した場合を示している。 V_1 に関しては、線路抵抗分を考慮したときは、実験値とほぼ一致している。 V_2 に関しては、理論値は実験値より、 $9 \sim 17 \text{ V}$ 低い値を示しているが、これは安定限界付近では、 V_1 の微小変化に対して、 V_2 の変化が極めて大きいために $dV_2/dV_1 = 0$ の点まで電圧 V_2 を保持できないためであろう。

2.7 電圧不安定現象のシミュレーション

2.3 節で導出した電圧安定条件の妥当性を検討するために、モデル系統でデジタル・シミュレーションを行う。その手順を第 2.2.1 図に従って説明する。但しこの図は、多機系統に対する手順を示してあり、1 機系統では、(3) が不用である。

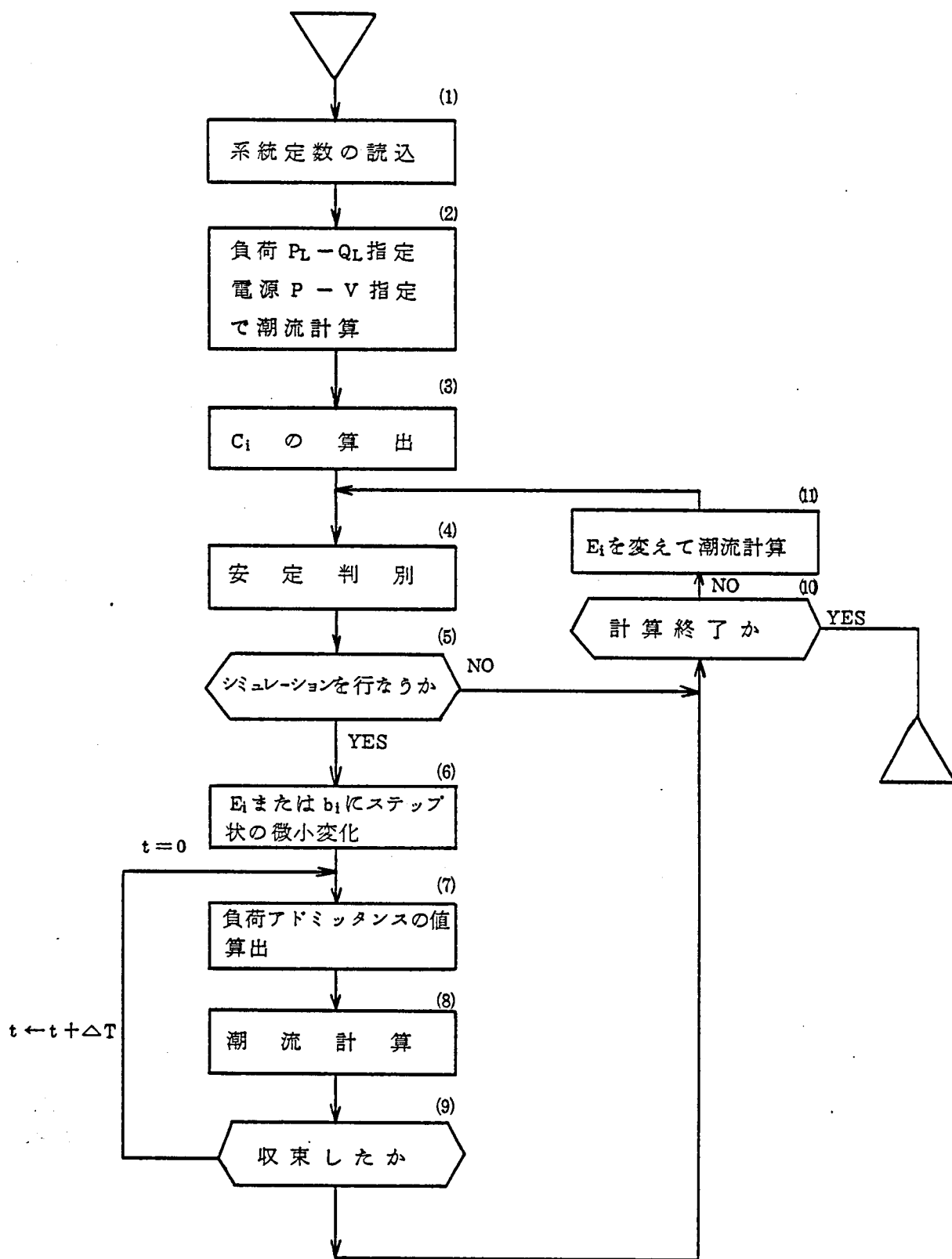
- (1) 線路定数、調相容量の値、負荷特性等の系統定数を読み込む。
- (2) 潮流条件を設定するため、負荷ノードに対しては、 P_{L1}, Q_{L1} の値を指定して、電源ノードは $k_1 = 0$ とし、 C_1 を、発電機出力に負の符号をつけたものに設定して潮流計算を行う。(但し 1 機系統では、電源ノードはスラックノードで、電圧のみの指定となる。)
- (3) k_1 の値を設定して、 C_1 の値を定める。(3.17 式参照)
- (4) 潮流計算で得られた電圧、位相角より、安定判別を行う。
- (5) 電圧不安定現象のシミュレーションを行う時は、(6)へ、そうでないときは(4)へ進む。

第 2.5 表 P_2 , Q_2 の実験値と最小自乗法で求めた値との比較

V_2 (V)	P_2 (W)		Q_2 (Var)	
	実験値	(2.22) 式に 基づく値	実験値	(2.22) 式に 基づく値
120	1170	1170	720	703
139	1170	1169	650	667
148	1165	1171	650	665
157	1175	1173	670	675
169	1185	1179	710	705
180	1185	1186	760	747
192	1195	1196	820	813
200	1200	1203	870	865
222	1230	1228	1040	1050

第 2.6 表 安定限界における V_1 , V_2 の実験値と理論値

調相容量	実験値		線路抵抗分無視		線路抵抗分考慮	
	V_1 (V)	V_2 (V)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_1 (V)	V_2 (V)
80 μ F	216	180	200	172	209	171
90 μ F	208	187	199	172	208	172
100 μ F	198	192	191	176	201	175



第 2.2 1 図 シミュレーションの手順

(6) E_i または b_i にステップ状の微小変化を与える。

(7) 時刻 $t = 0$ に対しては，ステップ状の変化を与える前の負荷アドミッタンス値を用い，
 $t \neq 0$ に対しては，次式により負荷アドミッタンスの値を計算する。

$$\begin{aligned} G_{Lj} &= P_{Lj}/V_j^2 + (G_{Lj}' - P_{Lj}/V_j^2) \times e^{-\Delta T/T_{g,j}} \\ B_{Lj} &= Q_{Lj}/V_j^2 + (B_{Lj}' - Q_{Lj}/V_j^2) \times e^{-\Delta T/T_{b,j}} \end{aligned} \quad \text{----- (2.23)} \\ j &= 1, \dots, N$$

$G_{Lj} + j B_{Lj}$: ノードの負荷のアドミッタンス

$T_{g,j}, T_{b,j}$: ノード j の負荷の時定数に相当

ΔT : 計算の時間刻み

G_{Lj}', B_{Lj}' : ΔT 前の G_{Lj}, B_{Lj} の値

上式は，ステップ状の微小外乱に対して，負荷アドミッタンスは瞬時に変化できず，一次遅れて応答することを意味し，(2.6)，(2.7)式と同等のモデルとなっている。

(8) (7)で求めた負荷アドミッタンスの値を用いて，潮流計算を行う。但しこの潮流計算は通常のスラックノードを設定した潮流計算ではなく，負荷の増加分は，発電機出力の増分比 k_i に従って各発電機ノードにふり分けられる。

(9) ある平衡点に収束するあるいは，電圧崩壊が生じて $V_i \rightarrow 0$ となれば計算を打ち切り，(10)に進む。そうでなければ，時刻を ΔT 進めて，(7)に戻る。

(10) 所要の計算を終了すれば，結果を打出して終る。そうでなければ(11)へ進む。

(11) E_i を変化させて，負荷特性と k_i の値を設定して，潮流計算を行い，(4)に進む。

〔例 1〕

第 2.2 図の系統において，

$$1/\dot{Y} = 0.1 + j 0.4 \text{ (p.u.)}$$

$$b = 0.2623 \text{ (p.u.)}$$

$$P_0 = 0.3213 \text{ (p.u.)}, Q_0 = 0.159 \text{ (p.u.)}$$

とし，また (2.23) 式の定数は，

$$T_g = T_b = 4 \text{ (S)}, \Delta T = 1 \text{ (S)}$$

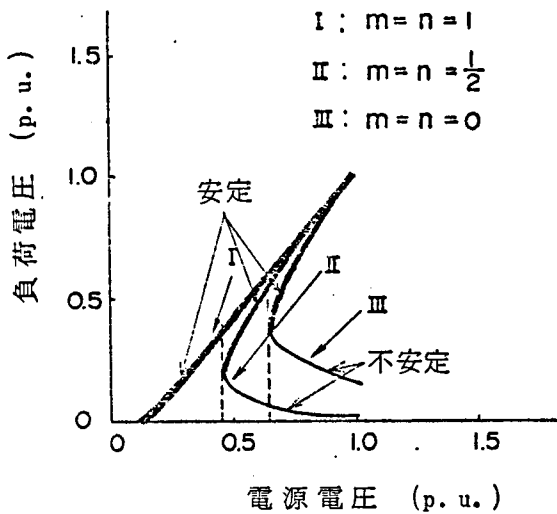
とする。負荷特性として

$$(I) \quad m = n = 1 \text{ (定電流特性)}$$

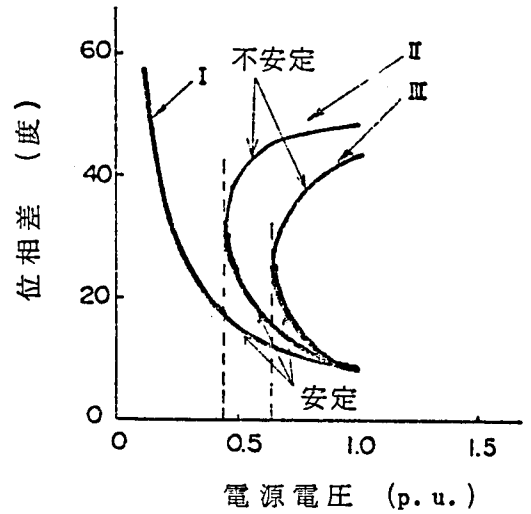
$$(II) \quad m = n = 1/2$$

Ⅲ $m = n = 0$ 定電力特性

としたときの E と V , E と $|\theta|$ の軌跡を第 2.22 図に示す。



(a) $E-V$ の軌跡



(b) $E-|\theta|$ の軌跡

第 2.22 図 1 機 1 負荷系統における電圧安定領域

第 2.3, 2.4 節により $dE/dV > 0$ となる平衡点が安定領域となるが、図において、定電流特性においては、電圧不安定領域はなく、また、定電流特性から、定電力特性となるに従い、電圧安定限界における負荷電圧の値は上昇している。

第 2.23 図は、 $E=1.0$ p.u., $V=0.165$ p.u. (定電力特性) の不安定平衡点において、 $\Delta E = \pm 0.01$ p.u. のステップ状の変化を加えたときの、負荷電圧と、相差角の軌跡を示す。 $\Delta E = 0.01$ p.u. のときは、負荷電圧は、徐々に上昇して安定平衡点に落ちついており、また、 $\Delta E = -0.01$ p.u. のときは、負荷電圧の崩壊が起こっている。これは、2.6 節の実験において、負荷ノードに接続した発電機を不安定平衡点において切離した実験と対応している。

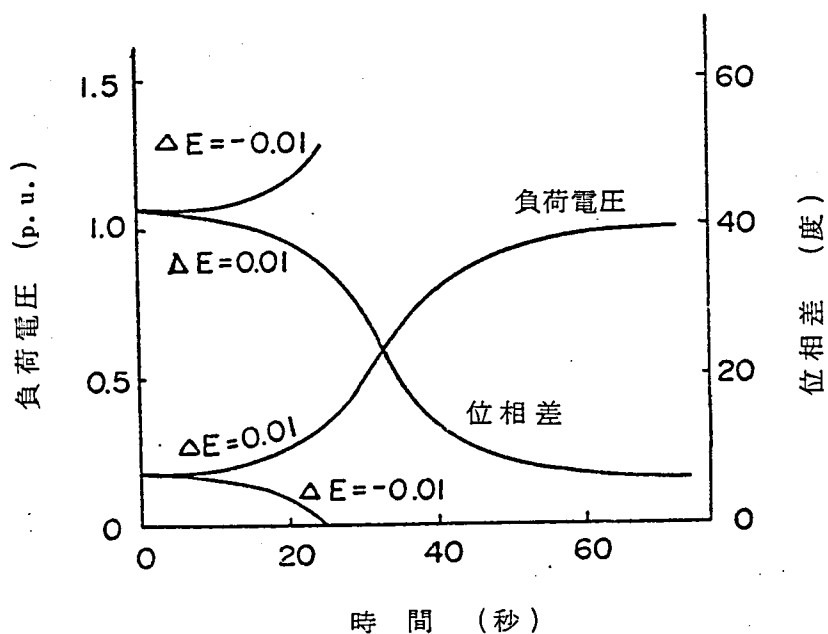
〔例 2〕

例 1 において、 $m = 0$, $n = 3$ とする。このときは、(2.18) 式の A , B は、 $A < 0$, $B > 0$ となるので $T_g \geq T_b$ のときは、 $dE/dV > 0$ が安定条件となるが、 $T_g < T_b$ のときは、(2.16), (2.17) 式が安定条件となり、 $dE/dV > 0$ でも不安定の場合が生じる。

T_g , T_b の安定条件への影響は、 $T_g = 1$, $T_b = \infty$ の時に最も大きくなるが、このとき

の(2.16), (2.17)式の値を第2.7表に示す。表より $dE/dV > 0$ でも不安定となる領域が存在することが分かるが、この例ではその領域は極めて小さくなっている。

負荷時電圧調整装置の動作を考慮すれば T_g と T_b はそれほど異なった値にならないと予想される。従って上記の結果と合わせて、実用上は $dE/dV > 0$ を安定と判定しても良いと思われる。



第2.23図 電圧不安定現象のシミュレーション

第2.7表 $m=0$, $n=3$ のときの安定判別 ($T_g=1$, $T_b=\infty$)

E	V	(2.16) 式の値	(2.17) 式の値	安定判別
1.000	1.000	0.912	0.966	安定
0.900	0.906	0.869	0.923	"
0.800	0.815	0.821	0.867	"
0.700	0.730	0.745	0.783	"
0.600	0.653	0.621	0.651	"
0.500	0.591	0.414	0.435	"
0.400	0.556	0.0838	0.0959	"
0.378	0.555	-0.00669	0.00035	不安定
0.300	0.578	-0.358	-0.353	"
0.200	0.732	-0.757	-0.756	"
0.100	1.352	-0.956	-0.956	"

2.8 考 察

負荷時電圧調整装置の動作より，一次遅れ負荷モデルを導き，この負荷モデルを用いて1機1負荷系統の安定条件を導出した。遅れ負荷でかつ負荷の電圧特性が，定電力と定インピーダンス特性の中間にあるときは，安定条件は，電源電圧を微小量上昇させたとき負荷電圧が上昇する領域に対応しVenikov氏の安定条件と一致することが確かめられた。このとき負荷の時定数の大小は，安定条件に影響しないが，負荷特性が上記以外の場合，コンダクタンス及びサセプタンスの変化の時定数の値によっては，電源電圧が上昇したとき，負荷電圧が上昇する領域でも不安定となる場合があることが明らかとなった。このような負荷条件の場合でも負荷のコンダクタンスとサセプタンスの変化の時定数は，それほど値が変わらない（負荷時電圧調整装置のモデルでは同じと仮定できる。）と考えられる。そのときの安定判別は，上記のVenikov氏の安定判別法で行いうる。

誘導電動機負荷を用いた模擬実験では，負荷特性は，ほぼ定電力特性となった。このときの安定限界は， $dV/dE=0$ となり， $dV/dE<0$ の平衡点は不安定平衡点であることを確認した。電力用コンデンサを負荷点に投入すると安定領域では，負荷電圧を上昇させるために，安定領域を拡大するように作用する。電圧不安定現象が発生したとき，電力用コンデンサを早めに投入すれば，電圧崩壊を防止するように作用することが確かめられた。また負荷の近傍に電源があればあるほど，電圧安定度が向上すること，負荷近くの電源が脱落すると安定平衡点が，不安定平衡点となり，電圧不安定現象が発生しうることを示した。

以上より電圧不安定現象は，長距離大容量送電下において，負荷端近くの電源の脱落，線路開放等による系統構成変化あるいは負荷の急増により負荷電圧が平衡点のない領域に陥いる，もしくは不安定平衡点となることにより発生するものと考えられる。

次章においては，本章で述べた電圧安定度解析法を多機系統へ拡張適用し，多機系統における安定条件を導出する。

第 3 章 多機系統への拡張

第3章 多機系統への拡張

3.1 概 要

第2章で導いた一次遅れ負荷モデルを用いて、多機系統に対する電圧安定条件を導くが、その際非対角要素が非正の正方行列でその逆行列の要素が非負となる行列（M行列）が重要な役割を演ずる。このためまずM行列の性質について詳述する。ついで平衡点のまわりの線形化微分方程式の固有値解析により安定条件を導き、Venikov氏等の従来の静的安定判別法との関連を明らかにする。

系統計画、運用計画の立場からは、電圧安定度的に問題となる系統条件のとき、安定度対策を施すときにどのノードに対して行うことが最も効果的か、また安定の場合は、どの程度安定度余裕があるか等の情報も必要であるが、これらの評価基準についても検討を加える。

最後に6機28ノード系統等のモデル系統において、ディジタルシミュレーションを行い理論の妥当性を検証し、一般多機系に対しても本理論が有効であることを示す。

3.2 M行列の性質

電圧安定条件を精密化する上でM行列が重要な役割を演ずる。M行列に関連した定理を本節で述べるが、その多くは文献[10-12]によった。証明についてはこれらの文献に記されているものは省略し、記されていないもののみについて与えることとする。

定義1 ベクトル x において、 $x \geq 0$ ($x > 0$) とは x のすべての要素が正または0 (正) になることをいう。

また n 次正方行列、 $A = (a_{ij})$ 、 $B = (b_{ij})$ において $A \geq B$ ($A > B$) とは、 $a_{ij} \geq b_{ij}$ ($a_{ij} > b_{ij}$)、 $1 \leq i, j \leq n$ なることをいう。

定義2 集合 Z を非対角要素が負または0の正方行列の集合とする。

定理1¹⁷⁾ n 次正方行列、 $A = (a_{ij}) \in Z$ において次の5つの条件は互いに等価である。

(1) A の左上隅主座小行列式がすべて正である。

すなわち

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix} > 0 \quad k=1, \cdots, n \quad (3.1)$$

(2) $x > 0$ が存在し、 $Ax > 0$ となる。

- (3) $y > 0$ が存在して, $A^T y > 0$ となる。
 (4) A は正則行列で, $A^{-1} \geq 0$ となる。
 (5) A の固有値の実数部分がすべて正である。

定義 3 正方行列 $A \in Z$ において, 定理 1 の 5 つの条件のどれかを満足するとき行列 A を M 行列と呼ぶ。

定理 2¹⁹⁾ n 次正方行列 $A, B \in Z$ において, A は M 行列で $A \leq B$ とすると,

- (1) A, B は正則行列で $A^{-1} \geq B^{-1} \geq 0$
 (2) $\det B \geq \det A > 0$

定義 4 n 次正方行列, A ($n \geq 2$) において, ある n 次の置換行列 P によって

$$PAP^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{..... (3.2)}$$

A_{11} : $r \times r$ 小行列, A_{22} : $(n-r) \times (n-r)$ 小行列, $1 \leq r \leq n$ と表わせるならば行列 A は可約であるという。もしもこのような置換行列 P が存在しなければ行列 A は既約であるという。

また置換行列により行列が既約行列の直和で表現されるとき完全可約行列という。

既約, 可約の判定は, 行列 A を有向グラフに対応させることにより容易に行いうる。行列 $A = (a_{ij})$ に対して, 平面上に異なる n 個の点 P_1, \dots, P_n をとり, これらをノードと呼ぶことにする。そしてすべての非零要素 a_{ij} に対して, ノード P_i と P_j を P_i から P_j に向かう径路によって結びつける。このようにして行列 A を有向グラフ $G(A)$ に対応させることができる。

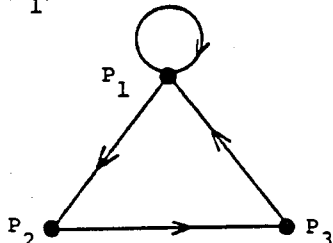
定義 5 有向グラフにおいて任意のあるノードから任意の他のノードへの径路が存在すれば, この有向グラフを強連結と呼ぶ。

例えば

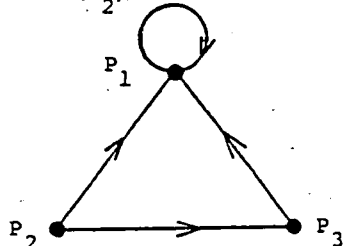
$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

とすればその有向グラフはそれぞれ下のようになる。

$G(A_1)$



$G(A_2)$



従って行列 A_1 に対応する有向グラフ $G(A_1)$ は強連結となるが、行列 A_2 に対応する有向グラフ $G(A_2)$ は強連結とはならない。

¹⁹⁾
定理 3 行列 A が既約であるための必要十分条件は、その有向グラフが強連結となることである。

既約行列 A の任意の 0 要素を非零に変えた行列も既約行列となることは明らかであろう。

¹⁹⁾
定理 4 A を M 行列とする。このとき $A^{-1} > 0$ となるための必要十分条件は、 A が既約となることである。

¹⁹⁾
定理 5 n 次正方行列 $A \in Z$ は既約行列で $\varepsilon > 0$ に対して $A + \varepsilon E$ は M 行列になるとする。このとき (n 次は除いた) A の主座小行列式はすべて正である。

この定理は A が特異行列のときにも成立するのでこの定理の意味は M 行列であることを規定する左上隅主座小行列式が、すべて正であるという条件のうち A の行列式が正という条件が最もくずれやすい条件であることを意味している。しかしながら、このとき $A \in Z$ で $\det A > 0$ であっても A は必ずしも M 行列とはならないことに注意する必要がある。

定義 6 n 次正方行列 $A = (a_{ij})$ において

$$|a_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad 1 \leq i \leq n \quad \text{-----} (3.3)$$

がすべての i に対して成立するとき、 A を優対角行列と呼ぶ。また A が既約行列で (3.3) 式で少なくとも 1 つの i に対して狭義の不等式が成立するとすれば、 A を既約優対角行列と呼ぶ。

定理 6 n 次正方行列、 $A = (a_{ij}) \in Z$ において対角要素は正とする。このとき A が既約優対角行列であれば $A^{-1} > 0$ 、(3.3) 式の等式がすべて成立すれば行列 A は特異で (3.3) 式がすべて成立しなければ、 A は M 行列ではない。 A^T に対しても同様に成立する。

証明 定理の後半の証明を示す。 $A_1, A_2 \in Z$ で A_1 と A_2 は対角要素のみが異なり、対角要素はすべて正であるとする。また、 A_1, A_2 はそれぞれ (3.3) 式のすべての等号が成立する行列、(3.3) 式がすべて成立しない行列とすると、 $A_1 \geq A_2$ である。ここで A_2 を M 行列とすると定理 2 より

$$\det A_1 \geq \det A_2 > 0 \quad \text{-----} (3.4)$$

となるが、 $\det A_1 = 0$ であるからこれは矛盾である。

定理 7 n 次正方行列、 $A = (a_{ij}) \in Z$ が既約優対角 M 行列であるとする。 A の逆行列を $B = (b_{ij})$ とすれば次式が成立する。

$$b_{ii} \geq b_{ji} > 0 \quad i, j = 1, \dots, n \quad \text{-----} (3.5)$$

証明 Aが既約優対角M行列であることにより，

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq 0 \quad 1 \leq i \leq n \quad \text{-----} (3.6)$$

で少なくとも1つのiに対して狭義の不等式が成立する。

また

$$\begin{aligned} a_{ii} &> 0 & 1 \leq i \leq n \\ a_{ij} &\leq 0 & i \neq j, 1 \leq i, j \leq n \\ b_{ij} &> 0 & 1 \leq i, j \leq n \end{aligned}$$

である。定理を行列Bの第1列に対して証明する。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{-----} (3.7)$$

であるから

$$\begin{aligned} b_{11} &= - \frac{a_{11}b_{11} + \cdots + a_{1,i-1}b_{i-1,1} + a_{1,i+1}b_{i+1,1} + \cdots + a_{1n}b_{n1}}{a_{11}} \\ &\leq - \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^n a_{1j} b_{1 \max(j)} \right) / a_{11} \leq b_{1 \max(i)} \quad \text{-----} (3.8) \\ &\quad i = 2, \cdots, n \end{aligned}$$

$$\text{但し} \quad b_{1 \max(i)} = \max_{j \in S_i} (b_{j1}), \quad S_i = \{ j \mid a_{1j} \neq 0, j \neq i \}$$

Aは既約行列であるので， $S_i \neq \emptyset$ ($i = 2, \cdots, n$)である。(3.8)式の最初の不等式において等号が成立するのは， $j \in S_i$ となる b_{j1} がすべて等しいときで，2番目の等号が成立するのは，

$$\sum_{j=1}^n a_{1j} = 0 \quad \text{-----} (3.9)$$

が成立するときである。

(1) $A' = (a_{ij}), i, j = 2, \cdots, n$ が既約行列のとき

b_{11}, \cdots, b_{n1} の最大値を $b_{11,i \neq 1}$ とする。 b_{11} に対して，(3.8)式が成立するが， $b_{1 \max(i)}$ は b_{11} を除いた最大値であるので，等号が成立しなければ不都合。よって $j \in S_i$ なる b_{j1} はすべて等しく最大値となり，i行に対して(3.9)式が成立する。最大値となる $b_{j1}, j \in S_i$ に対して，上と同じ考察を繰返して行けば， A' が既約であることにより結局 $b_{11}, i \neq 1$ が最大値をとるときは， $b_{11}, i = 1, \cdots, n$ の値は等しくなり，このとき， $i = 2, \cdots, n$ に対して，(3.9)式が成立する。ここでもし(3.9)式が $i = 2, \cdots$

n のうちで 1 つでも成立していなければ, b_{11} $i \neq 1$ は最大値とはなり得ない。このときは, b_{11} が最大値となる。よって

$$b_{11} \geq b_{i1} \quad i = 2, \dots, n \quad (3.10)$$

となる。

(2) A' が可約行列のとき

ある置換行列 P により, A の小行列 A' が可約行列の標準形²⁰⁾となるようにできて,

$$PAP^T = \begin{bmatrix} e & & & \\ d_m & A_m & & C_m \\ d_{m-1} & 0 & A_{m-1} & C_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_2 & & 0 & A_2 & C_2 \\ d_1 & & & 0 & A_1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

となる。但し $A_1 : l_1 \times l_1$ 既約小行列

\vdots
 $A_m : l_m \times l_m$ 既約小行列

$e : n$ 次行ベクトル

$d_1 : l_1$ 次列ベクトル

\vdots
 $d_m : l_m$ 次列ベクトル

$$\sum_{i=1}^m l_i = n-1$$

A の既約性により, d_1 の要素のうち 0 でないものがあり, また d_1, C_1 ($i = 2, \dots, m$) のうちの少なくともどちらかに 0 でない要素がある。ここで行列 A に置換を施せば, B に対しても置換を行わねば対応しなくなるが, 置換は, 行列を有向グラフに対応させたとき, ノード番号をつけ直すことであるから, 置換を施した行列を新たに A と考えて, (3.7) 式が成立していると考えても, 一般性は失なわれない。

(3.11) 式の下の方 1 行から l_1 行まで, $l_1 + 1$ 行から $l_1 + l_2$ 行, \dots , $n - l_m$ 行から, $n - 1$ 行までと順次 (1) と同様の考察よりくり返す。そうすれば, $d_1 \neq 0$ であるから, $(b_{11}, b_{n-l_1+1,1}, \dots, b_{n1})$ において, これらの要素はすべて等しくなるか, b_{11} が最大となる。また d_2, C_2 のうち少なくともどちらかに 0 でない要素があるから, それらに対応する要素の集合を, $T(b_{11}, b_{n-l_1+1,1}, \dots, b_{n1})$ で表わすと $\{b_{n-l_1-l_2+1,1}, \dots, b_{n-l_2}, T(b_{11}, b_{n-l_1+1,1}, \dots, b_{n1})\}$ においてこれらはすべて等しいか, $T(b_{11}, b_{n-l_1+1,1}, \dots, b_{n1})$ の要素に最大値が生じる。ここで, $d_2 = 0$ のときは, 最大値は $T(b_{n-l_1+1,1}, \dots, b_{n1})$ の最大値によって押えられ, それが b_{11} に等しく

なければ,

$$b_{11} > b_{k1}, n - \ell_1 - \ell_2 + 1 \leq k \leq n - \ell_2$$

となる。以下同様にして, 結局 (3.10) 式が成立していることがわかる。

定理 7 を対称行列に限定して, ノードアドミッタンス行列に対応させれば, 物理的解釈が可能となる。

n ノード回路網を考えて, ノード 1 においてのみ接地しているとすると, 各ノードに電流を注入したときの電圧分布は次式を解くことによって得られる。

$$Y \cdot V = I$$

但し

$$Y = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n Y_{1j} & -Y_{12} & \cdots & -Y_{1n} \\ -Y_{21} & \sum_{j=1}^n Y_{2j} & & -Y_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -Y_{n1} & \cdots & \cdots & \sum_{j=1}^n Y_{nj} \end{bmatrix}, \quad V = (V_1, \cdots, V_n)^T$$

$$I = (I_1, \cdots, I_n)^T$$

Y_{ij} : ノード i と j を結ぶアドミッタンス (≥ 0), $Y_{ij} = Y_{ji}$ ($i \neq j$)

Y_{i1} : 対地アドミッタンス > 0 $i = 1$

$= 0$ $i \neq 1$

のとき,

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n Y_{1j} &> 0 \\ \sum_{j=1}^n Y_{ij} &= 0 \quad i = 2, \cdots, n \end{aligned} \right\} (3.12)$$

となる。従ってノードアドミッタンス行列 Y は,

優対角行列となり, 行列 Y は対称であるから一

つの連結した回路を取扱う限りこの行列は既約

となる。従って行列 Y は, 既約優対角 M 行列と

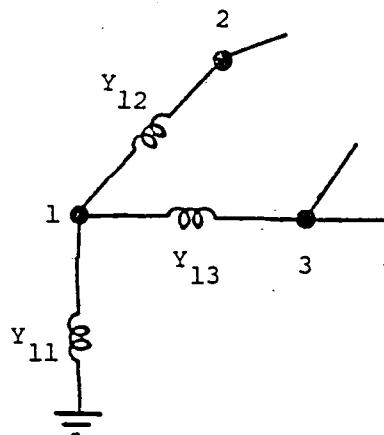
なり, 定理 7 が適用できる。ノード i に電流 I_i

を注入したときの電圧分布は, $V = Y^{-1} I$, $I = (0, I_1, 0, \cdots, 0)^T$ を解けば求まる

が, その証明の過程より, ノード $i = 1$ のときは, (3.12) 式より, $V_1 = V_2 = \cdots =$

V_n でまた, ノード $i \neq 1$ のときは, $V_i > V_j$ ($j \neq i, 1 \leq j \leq n$) となる。このこと

は, ノード 1 に電流 I_1 を注入したとき, 電流は Y_{11} にしか流れないことから, 各ノード



第 3.1 図 ノード 1 で接地している
アドミッタンス回路網

の電圧はすべて等しくなること，また $i \neq 1$ のときは， $V_i > V_j$ ($j \neq i, 1 \leq j \leq n$) となることから明らかである。

20)
定義 7 A, M, N が $n \times n$ 実行列で $A = M - N$ とする。 M が正則で $M^{-1} \geq 0, N \geq 0$ であるときこの分離を行列 A の正則分離と呼ぶ。

20)
定理 8 $A = M - N$ を行列 A の正則分離とする。もしも $A^{-1} \geq 0$ ならば

$$\rho(M^{-1}N) = \frac{\rho(A^{-1}N)}{1 + \rho(A^{-1}N)} < 1$$

逆に $\rho(M^{-1}N) < 1$ ならば， $A^{-1} \geq 0$ である。但し $\rho(\cdot)$ は，絶対値最大の固有値を示す。

$\rho(NM^{-1})$ についても同様の関係が成立する。

20)
定理 9 $n \times n$ 次行列 $A \geq 0$ に対して，次の 2 つの条件は同等である。

1. $\alpha > \rho(A)$
2. $\alpha I - A$ が正則で， $(\alpha I - A)^{-1} \geq 0$

定理 10 $A = M - N$ を行列 A の正則分離とし， A, M とともに M 行列とする。このとき $AM^{-1}, M^{-1}A$ も M 行列である。

証明 $AM^{-1} = (M - N)M^{-1} = I - NM^{-1}$ であるから $AM^{-1} \in Z$ である。定理 8 により $\rho(NM^{-1}) < 1$ であるから，定理 9 において $\alpha = 1$ とすると， $I - NM^{-1}$ は正則で， $(I - NM^{-1})^{-1} \geq 0$ であるから， AM^{-1} も M 行列となる。 $M^{-1}A$ についても同様に証明できる。

定理 11 A を正定行列， B を実対称行列とすると， $A + jB$ の固有値の実部は全て正である。

証明 λ を $A + jB$ の固有値， x を固有ベクトルとすると，

$$(A + jB)x = \lambda x$$

このとき

$$x^*(A + jB)x = \lambda x^*x$$

$$(x^*Bx)^* = x^*Bx$$

である。但し $*$ は行列の共役転置を示す。従って x^*Bx は実数であるから λx^*x の実部と x^*Ax の実部が一致する。ここで A は正定行列であるから， x の実部は正となる。

17)
定理 12 M 行列 A の任意の行あるいは列に正の数をかけても得られる行列は M 行列である。また任意の A の要素を符号を変えない範囲でふやしても得られる行列は M 行列である。

定理 13 A, B を $n \times n$ 次の M 行列とする。 $A = B - D_1 + D_2$ ($D_1, D_2 \geq 0$) と分解したとき， $B - D_1$ も M 行列であるとき， $B^{-1}A$ の固有値に負の実数の固有値は存在しない。

証明 $B^{-1}A$ に負の固有値が存在したとして、

$$B^{-1}Ax = -\lambda x \quad (\lambda > 0)$$

とすると、

$$Ax = (B - D_1 + D_2)x = -\lambda Bx$$

であるから

$$[(1+\lambda)B - D_1 + D_2]x = (1+\lambda)\left[B - \frac{1}{1+\lambda}(D_1 - D_2)\right]x = 0$$

上式は、 $B - \frac{1}{1+\lambda}(D_1 - D_2)$ が固有値 0 を持つことを意味する。ここで、 $B - D_1 + D_2$ 及び、 $B - D_1$ は仮定により M 行列であり、

$$B - \frac{1}{1+\lambda}(D_1 - D_2) \geq B - D_1 + \frac{1}{1+\lambda}D_2 \geq B - D_1,$$

となるからこの行列は固有値 0 を持ち得ず、 $B^{-1}A$ に負の実数の固有値は存在しない。

3.3 システムの方程式

N 個の負荷及び M 個の発電機を含む系統を考える。ここでノード番号を負荷に対して 1 から N、発電機に対して N+1 から N+M とする。ノード 1 ~ N の負荷の動特性は、(2.6)、(2.7) 式で与えられるとする。

即ち

$$\frac{dB_{Li}}{dt} = -\frac{1}{T_{Bi}} (B_{Li} - f_{Bi}(V_i)) \quad (3.13)$$

$$\frac{dG_{Li}}{dt} = -\frac{1}{T_{Gi}} (G_{Li} - f_{Gi}(V_i)) \quad (3.14)$$

ここで、負荷アドミッタンス $G_{Li} + jB_{Li}$ は、送電線を介して送られる電力と次の関係式で結ばれている。

$$\begin{aligned} B_{Li}V_i^2 &= -Q_{bi} - \sum_{k \in s_i} Q_{ik} \\ G_{Li}V_i^2 &= -\sum_{k \in s_i} P_{ik} \end{aligned} \quad i=1, \dots, N \quad (3.15)$$

但し、 s_i : ノード i に接続している送電線他端のノード番号

Q_{bi} : ノード i のサセプタンス b_i により供給される無効電力

Q_{ik} : ノード i においてノード i からノード k に供給される無効電力

P_{ik} : ノード i においてノード i からノード k に供給される有効電力

であり各々次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Q_{bi} &= -b_i V_i^2 \\ Q_{ik} &= -B_{ik} V_i^2 + B_{ik} V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k) \\ &\quad - G_{ik} V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k) \\ P_{ik} &= -B_{ik} V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k) + G_{ik} (V_i^2 \\ &\quad - V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k)) \end{aligned}$$

但し, $G_{ik} + jB_{ik}$: ノード i, k を結ぶ送電線のアドミッタンス

θ_i : ノード $N + M$ の電圧の位相角を基準にしたときのノード i の位相角

電圧不安定現象は, 分から時間のオーダーで発生する現象であるため, 電圧安定度を解析する上では, 発電機の動特性は無視でき, 発電機を一定の電圧を有し, 負荷の消費電力の変化に対して時間遅れなく追従する電源としてモデル化しうる。発電機ノード $N + i$ に対して送電損失及び負荷の増加に対する増分が規定されたとする。即ち

$$\begin{aligned} \Delta R_i &= \Delta \left(\sum_{j \in S_{i+N}} P_{i+N, j} \right) - k_i \Delta \left(P_{\text{LOSS}} + \sum_{j=1}^N G_{Lj} V_j^2 \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad \text{----- (3.16)}$$

$i = 1, \dots, M-1$

ここで k_i は, ノード $N + i$ における増分発電比を示しており

$$\sum_{i=1}^M k_i = 1 \quad \text{and} \quad k_i \geq 0$$

を満たす。また P_{LOSS} は, 送電損失で

$$\begin{aligned} P_{\text{LOSS}} &= \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{N+M} P_{ij} = \sum_{(i,j)} (P_{ij} + P_{ji}) \\ &= \sum_{(i,j)} G_{ij} \{ V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \} \end{aligned}$$

ここで (i, j) は, 全ての送電線のノード番号の組合せである。

k_i を一定として (3.16) 式を積分すると,

$$\begin{aligned} R_i &= \sum_{j \in S_{i+N}} P_{i+N, j} - k_i \left(P_{\text{LOSS}} + \sum_{j=1}^N G_{Lj} V_j^2 \right) \\ &\quad + C_i = 0 \end{aligned} \quad \text{----- (3.17)}$$

$i = 1, \dots, M-1$

となる。ここで C_i は積分定数で

$$\sum_{i=1}^M C_i = 0$$

を満足する。

平衡点 $(B_L, G_L)_{t=\infty}$ における安定度を調べるため, (3.13) ~ (3.16) 式を線形化した微分方程式を求める。ここで V_i が B_{Lj}, G_{Lj}, R_k ($j=1, \dots, N, k=1, \dots, M-1$) の関数であることに注意すると次式が成立する。

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial B_L} \Delta B_L + \frac{\partial V}{\partial G_L} \Delta G_L + \frac{\partial V}{\partial R} \Delta R \quad \text{----- (3.18)}$$

但し,

$$\begin{aligned}
\Delta V &= (\Delta V_1, \dots, \Delta V_N)^t, \\
\Delta B_L &= (\Delta B_{L1}, \dots, \Delta B_{LN})^t, \\
\Delta G_L &= (\Delta G_{L1}, \dots, \Delta G_{LN})^t, \\
\Delta R &= (\Delta R_1, \dots, \Delta R_{M-1})^t,
\end{aligned}
\quad
\frac{\partial V}{\partial B_L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial B_{L1}} & \dots & \frac{\partial V_1}{\partial B_{LN}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial V_N}{\partial B_{L1}} & \dots & \frac{\partial V_N}{\partial B_{LN}} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial V}{\partial G_L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial G_{L1}} & \dots & \frac{\partial V_1}{\partial G_{LN}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial V_N}{\partial G_{L1}} & \dots & \frac{\partial V_N}{\partial G_{LN}} \end{bmatrix}, \quad
\frac{\partial V}{\partial R} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial R_1} & \dots & \frac{\partial V_1}{\partial R_{M-1}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial V_N}{\partial R_1} & \dots & \frac{\partial V_N}{\partial R_{M-1}} \end{bmatrix}.$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} X_{Bi} &= B_{Li}(t) - B_{Li}(\infty) \\ X_{Gi} &= G_{Li}(t) - G_{Li}(\infty) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.19)$$

とおくと, (3.13), (3.14), (3.18) 式より, 次の平衡点のまわりの線形化方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_B \\ X_G \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -T_B^{-1} \left(E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \right) & T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \\ T_G^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} & -T_G^{-1} \left(E - \frac{\partial f_G}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial G_L} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_B \\ X_G \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial R} \\ T_G^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial R} \end{bmatrix} \Delta R \dots\dots\dots (3.20)
\end{aligned}$$

但し E は, $N \times N$ 次の単位行列で

$$\begin{aligned}
X_B &= (X_{B1}, \dots, X_{BN})^t, & \frac{\partial f_B}{\partial V} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{B1}(V_1)}{\partial V_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\partial f_{BN}(V_N)}{\partial V_N} \end{bmatrix}, \\
X_G &= (X_{G1}, \dots, X_{GN})^t,
\end{aligned}$$

$$T_B = \begin{bmatrix} T_{B1} & 0 \\ 0 & T_{BN} \end{bmatrix}, \quad
\frac{\partial f_G}{\partial V} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{G1}(V_1)}{\partial V_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\partial f_{GN}(V_N)}{\partial V_N} \end{bmatrix},$$

$$T_G = \begin{bmatrix} T_{G1} & 0 \\ 0 & T_{GN} \end{bmatrix}$$

となる。

(3.20) 式の $\partial V / \partial B_L$, $\partial V / \partial G_L$, $\partial V / \partial R$ を評価するため (3.15), (3.17) 式を次のようにベクトル表現する。

$$\left. \begin{aligned} B_L &= g_B(V, \theta) \\ G_L &= g_G(V, \theta) \\ R &= g_R(V, \theta, G_L) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.21)$$

(3.21) 式で微小増分をとると，

$$\begin{bmatrix} \Delta B_L \\ \Delta G_L \\ \Delta R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_B}{\partial V} & \frac{\partial g_B}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_G}{\partial V} & \frac{\partial g_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_R}{\partial V} & \frac{\partial g_R}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \Delta G_L \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.22)$$

(3.16) 式で $\Delta R = 0$ が仮定されているため，上式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta B_L \\ \Delta G_L \\ -\frac{\partial g_R}{\partial G_L} \Delta G_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_B}{\partial V} & \frac{\partial g_B}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_G}{\partial V} & \frac{\partial g_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_R}{\partial V} & \frac{\partial g_R}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.23)$$

従って (3.18) 式の ΔV は，上式から解けて次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_B}{\partial V} & \frac{\partial g_B}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_G}{\partial V} & \frac{\partial g_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_R}{\partial V} & \frac{\partial g_R}{\partial \theta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta B_L \\ \Delta G_L \\ -\frac{\partial g_R}{\partial G_L} \Delta G_L \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.24)$$

ここで逆写像の定理により，

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g_B}{\partial V} & \frac{\partial g_B}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_G}{\partial V} & \frac{\partial g_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_R}{\partial V} & \frac{\partial g_R}{\partial \theta} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial B_L} & \frac{\partial V}{\partial G_L} & \frac{\partial V}{\partial R} \\ \frac{\partial \theta}{\partial B_L} & \frac{\partial \theta}{\partial G_L} & \frac{\partial \theta}{\partial R} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.25)$$

となる。これより (3.18)，(3.20) 式の $\partial V / \partial B_L$ ， $\partial V / \partial G_L$ ， $\partial V / \partial R$ は， g_R を V と θ の関数と考え， $\Delta R = -\partial g_R / \partial G_L \cdot \Delta G_L$ とすることにより (3.25) 式より求まる。

(3.20) 式に $\Delta R = -\partial g_R / \partial G_L \cdot \Delta G_L$ を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_B \\ X_G \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -T_B^{-1} \left(E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \right) \\ T_G^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \\ -T_G^{-1} \left(E - \frac{\partial f_G}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_B \\ X_G \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.26) \end{aligned}$$

(3.26) 式の係数行列の固有値は、次式を解くことにより求める。

$$\det \begin{bmatrix} -T_B^{-1} \left(E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \right) - \lambda E & T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \\ T_G^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} & -T_G^{-1} \left[E - \frac{\partial f_G}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G} \right) \right] - \lambda E \end{bmatrix} = 0 \quad (3.27)$$

3.4 電圧安定条件

電圧安定性は、(3.27) 式の固有値を調べることにより判定できるが、ここで $T_B = T_G$ と仮定する。この仮定は、各負荷のコンダクタンスとサセプタンスの変化の時定数が等しいことを言うが、負荷時電圧調整装置を含めた負荷を考えた場合は、第2.2節で考えたようにこの仮定は妥当と考えられる。

(3.27) 式の行列式において、第 i 行 ($1 \leq i \leq N$) に $T_{G_i}^{-1} T_{B_i} (\partial f_{B_i} / \partial V_i)^{-1} (\partial f_{G_i} / \partial V_i) = (\partial f_{B_i} / \partial V_i)^{-1} (\partial f_{G_i} / \partial V_i)$ をかけて第 $N+i$ 行から引くと、(3.27) 式は次のように変形される。

$$\det \begin{bmatrix} -T_B^{-1} \left(E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \right) - \lambda E & T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \\ \left(\frac{\partial f_B}{\partial V} \right)^{-1} \left(\frac{\partial f_G}{\partial V} \right) (T_B^{-1} + \lambda E) & -T_B^{-1} - \lambda E \end{bmatrix} = 0 \quad (3.28)$$

次に (3.28) 式の第 $N+i$ 列 ($1 \leq i \leq N$) に $(\partial f_{B_i} / \partial V_i)^{-1} (\partial f_{G_i} / \partial V_i)$ をかけて第 i 行に加えあわせると、(3.28) 式は、次式のようになる。

$$\det \begin{bmatrix} -T_B^{-1} \left[E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \left\{ \frac{\partial V}{\partial B_L} + \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \left(\frac{\partial f_B}{\partial V} \right)^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \right\} \right] - \lambda E & \\ 0 & \\ T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) & \\ -T_B^{-1} - \lambda E & \end{bmatrix} = 0 \quad (3.29)$$

これより (3.27) 式の $2N$ 個の固有値のうち、 N 個の固有値は、 $-1/T_{B_1}$, ..., $-1/T_{B_N}$ となる。残りの N 個の固有値は、(3.29) 式より次式の固有値の符号を逆転したものである。

$$\begin{aligned}
& T_B^{-1} \left\{ E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \left\{ \frac{\partial V}{\partial B_L} + \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \left(\frac{\partial f_B}{\partial V} \right)^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \right\} \right\} \\
&= T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial B_L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial f_B}{\partial V} \right)^{-1} - E - \left(\frac{\partial V}{\partial B_L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \right. \\
&\quad \left. \times \left(\frac{\partial f_B}{\partial V} \right)^{-1} \frac{\partial f_G}{\partial V} \right\} \\
&= T_B^{-1} \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial B_L} \right)^{-1} - \frac{\partial f_B}{\partial V} - \left(\frac{\partial V}{\partial B_L} \right)^{-1} \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \frac{\partial f_G}{\partial V} \right\} \left(\frac{\partial f_B}{\partial V} \right)^{-1} \dots\dots\dots (3.30)
\end{aligned}$$

(3.30)式の変形は， T_B ， $\partial f_B / \partial V$ ， $\partial f_G / \partial V$ が対角行列で行列の乗算が可換となることを用いた。(3.30)式では， $\partial f_B / \partial V$ と $(\partial f_B / \partial V)^{-1}$ が両辺からかけられているから，(3.30)式の固有値は，

$$T_B^{-1} \frac{\partial V}{\partial B_L} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial B_L} \right)^{-1} - \frac{\partial f_B}{\partial V} - \left(\frac{\partial V}{\partial B_L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \frac{\partial f_G}{\partial V} \right\} \quad (3.31)$$

の行列の固有値と一致する。ここで $\partial V / \partial B_L$ ， $\partial V / \partial R$ ， $\partial V / \partial G_L$ は，(3.25)式より求まる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g_B}{\partial V} = F_1, \quad \frac{\partial g_B}{\partial \theta} = A_1, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial g_G}{\partial V} \\ \frac{\partial g_R}{\partial V} \end{bmatrix} = F_2, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial g_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g_R}{\partial \theta} \end{bmatrix} = A_2
\end{aligned}$$

とすると，(3.25)式より

$$\frac{\partial V}{\partial B_L} F_1 + \left\{ \frac{\partial V}{\partial G_L} \frac{\partial V}{\partial R} \right\} F_2 = E \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

$$\frac{\partial V}{\partial B_L} A_1 + \left\{ \frac{\partial V}{\partial G_L} \frac{\partial V}{\partial R} \right\} A_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (3.33)$$

であるから，(3.33)式より， A_2 を正則と仮定すると(A_2 の正則性については，後で考察する。)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial G_L} & \frac{\partial V}{\partial R} \end{bmatrix} = - \frac{\partial V}{\partial B_L} A_1 A_2^{-1}$$

となる。これを (3.32) 式に代入して

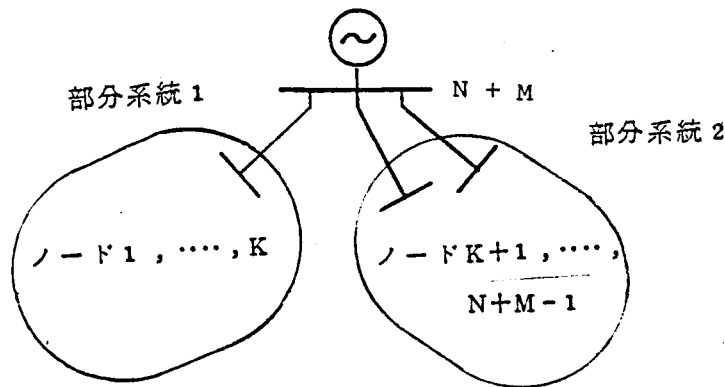
$$\frac{\partial V}{\partial B_L} = (F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{-1} \triangleq G^{-1} \quad (3.34)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial G_L} & \frac{\partial V}{\partial R} \end{bmatrix} = -G^{-1} A_1 A_2^{-1} \quad (3.35)$$

を得る。(3.34), (3.35) 式を (3.31) 式に代入すると,

$$T_B^{-1} G^{-1} \left\{ G - \frac{\partial f_B}{\partial V} + A_1 A_2^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_G}{\partial V} \\ -\frac{\partial g_R}{\partial G_L} \quad \frac{\partial f_G}{\partial V} \end{bmatrix} \right\} \triangleq T_B^{-1} G_{LL}^{-1} G_{NL} \quad (3.36)$$

となる。但し LL, NL は負荷特性が線形, 非線形であることを示している。ここで第 3.2 図のように系統から電源に接続している送電線を全て除去したときに系統が分離される場合, 行列 G は可約行列となるがこのときは系統を部分系統に分離して, その各々で電圧安定度の解析が行われる。このため以下の議論では, 行列 G は既約と仮定する。



第 3.2 図 ノード $N+M$ で分離される系統

第 3.9 節で考察するが， $-G_{NL}$ ， $-G_{LL}$ は近似的に非対角要素が非正の行列となるため以下の安定条件が得られる。

安定条件 I 負荷電圧が安定であるための必要十分条件は，(3.36) 式の固有値の実部が全て正となることである。

安定条件 II $G_{LL}^{-1} G_{NL}$ が M 行列ならば，負荷電圧は安定である。

証明： $G_{LL}^{-1} G_{NL}$ が M 行列のとき，第 3.2 節の定理 12 により， $T_B^{-1} G_{LL}^{-1} G_{NL}$ も M 行列となる。従って第 3.2 節の定理 1(5) により，負荷電圧は安定となる。

安定条件 III $-G_{LL}$ が，M 行列で， $-G_{NL}$ の非対角要素が非正で $G_{LL} - G_{NL} \geq 0$ が成立するとき負荷電圧は安定である。但し不等号は，第 3.2 節定義 1 の意味とする。

証明：第 3.2 節の定理 10 により， $G_{NL}^{-1} G_{LL}$ は M 行列となる。従って定理 12 により， $G_{NL}^{-1} G_{LL} T_B$ も M 行列となり， $(G_{NL}^{-1} G_{LL} T_B)^{-1} = T_B^{-1} G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値の実部は全て正である。従って負荷電圧は安定となる。

安定条件 IV $-G_{LL}$ ， $-G_{NL}$ が M 行列で $G_{LL} - G_{NL} \leq 0$ のとき負荷電圧は安定である。

証明：第 3.2 節の定理 10，12 により， $T_B^{-1} G_{LL}^{-1} G_{NL}$ は M 行列となり，負荷電圧は安定である。

$G_{NL} - G_{LL}$ が正及び負の要素を持つ場合， $-G_{NL}$ ， $-G_{LL}$ が M 行列のとき負荷電圧が安定か否かは，明らかでないが，次のことは分かっている。

$$-G_{NL} = -G_{LL} - P_1 + P_2 \quad \text{..... (3.37)}$$

$$P_1, P_2 \geq 0$$

とする。このとき G_{NL} は対称行列で， $-G_{LL}$ ， $-G_{LL} - P_1$ が対称な M 行列， $-G_{NL}$ の非対角要素は全て非正かつ行列 T_B の対角要素が全て等しいとき，負荷電圧は安定である。

証明： $G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値を $\lambda = \alpha + j\beta$ とし， $\alpha < 0$ と仮定して矛盾を導く。 λ に対する固有ベクトルを x とすると，

$$G_{LL}^{-1} G_{NL} x = (\alpha + j\beta) x \quad \text{..... (3.38)}$$

これより

$$-G_{NL} x = -(\alpha + j\beta) G_{LL} x$$

(3.37) 式を上式に代入して変形すると次式を得る。

$$\left\{ \left(-G_{LL} - \frac{P_1}{1-\alpha} + \frac{P_2}{1-\alpha} \right) + j \frac{\beta}{1-\alpha} G_{LL} \right\} x = 0 \quad \text{..... (3.39)}$$

ここで $\alpha < 0$ であるから

$$\frac{P_1}{1-\alpha} < P_1$$

従って第 3.2 節定理 1 2 により, $-G_{LL}-P_1/(1-\alpha)+P_2/(1-\alpha)$ も対称な M 行列, 即ち正定行列である。これより第 3.2 節定理 1 1 が適用できて, (3.39) 式の固有値の実部は全て正である。即ち (3.39) 式を満足する固有ベクトル ($x \neq 0$) は存在しない。従って $\alpha > 0$ となることはないから, 負荷電圧は安定となる。

ここで実際の負荷特性を考慮した場合, 上記のどの安定条件が適用可能か考察する。負荷は一般に遅れ負荷であり, また負荷時電圧調整装置の動作あるいは, 負荷に含まれる誘導電動機等により, 負荷特性は, 線形特性と定電力特性の中間の特性を持っていると考えられるから,

$$\left. \begin{array}{l} \partial f_B / \partial V \leq 0 \\ \partial f_G / \partial V \leq 0 \end{array} \right\} \text{-----} (3.40)$$

が成立する。((2.12) 式参照) 但し, 不等号は第 3.2 節の定義 1 の意味とする。

また (3.17), (3.21) 式により

$$A_1 A_2^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_G}{\partial V} \\ -\frac{\partial g_R}{\partial G_L} \quad \frac{\partial f_G}{\partial V} \end{bmatrix} = A_1 A_2^{-1} \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & k_1 V_1^2 & \dots & k_1 V_N^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{M-1} V_1^2 & \dots & k_{M-1} V_N^2 \end{bmatrix} \frac{\partial f_G}{\partial V} \text{-----} (3.41)$$

となる。(3.41) 式の符号を調べるため, (3.17) 式の R_1 の符号を逆転し, $k_1 = 0, i = 1, \dots, M-1$ とすると, 第 3.2 節定理 1 及び定義 6 により $-A_2$ は優対角 M 行列となり, $(-A_2)^{-1} > 0$ となる。また定理 7 により, $(-A_2)^{-1}$ の対角要素は, その列の最大値をとる。電圧が 1 p.u. 付近であれば, A_2 はほぼ対称列となるため, 行の最大値ともなる。 $k_1 \neq 0$ のときも, $\partial P_{Loss} / \partial \theta$ の項は小さいので, 上と同じ議論が成立すると考えてよい。 R_1 の符号を逆転すると, $\partial g_R / \partial G_L$ の符号が逆転するが, 要素の絶対値は, 電圧が 1 p.u. でも 1 より小さく, また 1 p.u. より下がってくると電圧の自乗の成分によりこの部分の影響は小さくなり, (3.41) 式右辺の内側の 2 つの行列の積の要素は, 負または 0 と仮定できる。 A_1 は, 対角要素の成分が, 正または 0 で, 非対角要素に負のものが生じるとその同一行にそれと同じ大きさか, それ以上の正のものがあらわれる。これと上述の議論より

$$A_1 A_2^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_G}{\partial V} \\ -\frac{\partial g_R}{\partial G_L} \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial f_G}{\partial V} \geq 0 \quad \text{-----} (3.42)$$

が仮定できる。(3.36), (3.40), (3.42)式により,

$$G_{LL} \leq G_{NL}$$

となるため, 通常の負荷条件下では, 安定条件Ⅳが適用可能となる。

安定条件Ⅱ～Ⅳが成立するときは, 時定数の行列 T_B は, 安定度とは無関係となる。また安定条件Ⅳのもとでは, 電圧安定限界は第3.2節定理5により G_{NL} の行列式が0のとき生じる。

以上の議論は, $T_B = T_G$ の条件を仮定していたが, (3.40)式が成立する条件下において $T_B \neq T_G$ の場合への拡張を図る。²¹⁾(3.26)式の係数行列は, 次を示すように2つの行列の積として表現できる。

$$-\begin{bmatrix} T_B & 0 \\ 0 & T_G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E - \frac{\partial f_B}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} & -\frac{\partial f_B}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \\ -\frac{\partial f_G}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial B_L} & E - \frac{\partial f_G}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) \end{bmatrix} \triangleq -T^{-1} \cdot H \quad \text{-----} (3.43)$$

$-G_{LL}$ がM行列になるとすると, (3.34), (3.40)式により

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_B}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial B_L} &\geq 0 \\ \frac{\partial f_G}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial B_L} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (3.44)$$

が成立する。また(3.35), (3.42)式により

$$\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} = -G^{-1} A_1 A_2^{-1} \begin{bmatrix} E \\ -\frac{\partial g_R}{\partial G_L} \end{bmatrix} \leq 0$$

となり, これと(3.40)式により

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_B}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) &\geq 0 \\ \frac{\partial f_G}{\partial V} \left(\frac{\partial V}{\partial G_L} - \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial g_R}{\partial G_L} \right) &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (3.45)$$

が成立する。従って(3.44), (3.45)式より次の安定条件が適用可能となる。²²⁾

安定条件Ⅴ 行列 H がM行列となると, 時定数の行列 T の如何に関らず電圧は安定である。

ここで行列 H の固有値は、(3.29) 式において $T_B = E$ としたときの固有値の符号を逆転したものに等しいから、1 (N 重根) と、行列 $G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値から成る。これより安定条件 II ~ IV が成立するときは、行列 H の固有値の実部は全て正となる。 $T^{-1} H$ の固有値の実部が全て正になるとは限らないが、上述の議論により、(3.40) 式の条件下では、安定条件 IV における $T_B = T_G$ の仮定は不要となる。また $G_{LL} \leq G_{NL}$ より、 $-G_{LL}$ の非対角要素が非正のときは、 $-G_{NL}$ が M 行列であるか否かを調べることで安定判別が行いうる。

3.5 静的安定条件との関連

本節では、3.4 節で得られた安定条件と、文献(1)~(2)で得られている静的安定条件、及び第 1.2.2 項で示した Venikov 氏の安定条件との関連を明らかにする。

M 個の電源と N 個の負荷を含む ($N+M$) ノード系統において、文献(1)~(2)では、次の静的な解析法により安定条件を求めている。

(I) 電源電圧あるいは負荷端の調相容量の値をステップ状に変える。

(II) ステップ状の外乱が印加された時点では、負荷アドミッタンスはその変化に追随しえず線形負荷としてふるまう。

(III) (I), (II) により負荷電圧は、ステップ状に変化する。この変化により、負荷アドミッタンスが変化しはじめる。もし負荷アドミッタンスが新しい平衡点の値に向かって変化しようとするれば、安定、そうでなければ不安定と判定する。

これより次の 2 つの安定条件が導かれる。

$$\left. \frac{dV_j}{dE_i} \right|_{N \cdot L} \cdot \left. \frac{dV_j}{dE_i} \right|_{L \cdot L} > 0 \quad \text{for } i=1, \dots, M, j=1, \dots, N \quad (3.46)$$

及び

$$\left. \frac{dV_j}{db_i} \right|_{N \cdot L} \cdot \left. \frac{dV_j}{db_i} \right|_{L \cdot L} > 0 \quad \text{for } i, j=1, \dots, N \quad (3.47)$$

ここで $E_i = V_{N+i}$ は、ノード $N+i$ における電源電圧の値で、一定と仮定する。なお記号は、特にことわらない限りは、第 3.3, 3.4 節の定義と同じとする。

数値計算を行ったところ、(3.46), (3.47) 式の判定式では、安定度余裕の小さい実際には運転できない領域をも安定と判定する可能性があるため、これを除く判定規準として次式を得ている。

$$\left. \frac{dV_j}{dE_i} \right|_{N \cdot L} > 0 \quad \text{for } i=1, \dots, M, j=1, \dots, N \quad (3.48)$$

$$\left. \frac{dV_j}{db_i} \right|_{N \times L} > 0 \quad i, j=1, \dots, N \quad (3.49)$$

(3.48), (3.49) は次式によって評価しうる。

$$G'_{NL} dV/dE = C_1 - A_1' A_2'^{-1} C_2 \quad (3.50)$$

$$G'_{NL} dV/db = D_1 \quad (3.51)$$

但し, $G' = F_1' - A_1' A_2'^{-1} F_2'$ であり, これを以下縮小 Jacobian 行列と呼ぶ。また

$$F' = \begin{bmatrix} F_1' & A_1' \\ F_2' & A_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_Q}{\partial V} & \frac{\partial f_Q}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f_P}{\partial V} & \frac{\partial f_P}{\partial \theta} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_Q}{\partial E} \\ \frac{\partial f_P}{\partial E} \end{bmatrix}, \quad D_1 = \frac{\partial f_Q}{\partial V} = \begin{bmatrix} V_1^2 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & V_N^2 \end{bmatrix}$$

$$f_{Q,i} = Q_{Li} + Q_{bi} + \sum_{k \in S_i} Q_{ik} = 0 \quad i=1, \dots, N$$

$$f_{P,i} = P_{Li} + \sum_{k \in S_i} P_{ik} = 0$$

$$f_{P,i+N} = \sum_{k \in S_{N+i}} P_{N+i,k} - k_i (P_{LOSS} + \sum_{j=1}^N P_{Li}) + C_i = 0 \quad i=1, \dots, M-1$$

$$Q_{Li} = f_{Bi}(V_i) \cdot V_i^2$$

$$P_{Li} = f_{Gi}(V_i) \cdot V_i^2$$

(3.50), (3.51) 式により, (3.48), (3.49) の安定条件は,

$$G_{NL}'^{-1} \geq 0, \quad C_1 - A_1' A_2'^{-1} C_2 \geq 0$$

となる。軽負荷時においては, $G' \simeq F_{11}'$, $C_1 - A_1' A_2'^{-1} C_2 \simeq C_1$ となり, $C_1 \geq 0$ であるから $G_{NL}' \geq 0$ のとき安定となる。この条件は, G' の非対角要素が非正となるため, G_{NL}' が M 行列となる条件と一致する。重負荷の条件下では, $A_1' A_2'^{-1} F_2'$ の項により G_{NL}' の非対角要素に正のものが生じうるが, これらのものは, 負の要素に比較して, 小さく, 逆行列をとれば, $G_{NL}'^{-1} > 0$ となりうる。従ってこの場合も G_{NL}' が M 行列のとき安

定となる。但し、 G'_{NL} の非対角要素に正のものが生じるため厳密にはM行列とは、言えない。

次に G' と第 3.4 節で用いた G との関連を明らかにする。文献(11)~(12)では、(3.21)式の B_L 、 G_L の代わりに、

$$\begin{aligned} B_{Li} V_i^2 - g_{Bi}(V, \theta) \cdot V_i^2 &= 0 \\ G_{Li} V_i^2 - g_{Gi}(V, \theta) \cdot V_i^2 &= 0 \end{aligned} \quad i = 1, \dots, N$$

を用いている。これにより F_1' 、 A_1' 等を求めると、

$$F_1' = - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_N^2 \end{bmatrix} F_1, \quad A_1' = - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_N^2 \end{bmatrix} A_1 \quad \text{----- (3.52)}$$

$$F_2' = - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & V_N^2 & \\ & & -1 \\ 0 & & & -1 \end{bmatrix} F_2, \quad A_2' = - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & V_N^2 & \\ & & -1 \\ 0 & & & -1 \end{bmatrix} A_2 \quad \text{----- (3.53)}$$

となる。従って

$$\begin{aligned} G' &= F_1' - A_1' A_2'^{-1} F_2' = - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_N^2 \end{bmatrix} F_1 - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_N^2 \end{bmatrix} \\ &\quad \times A_1 A_2^{-1} \begin{bmatrix} 1/V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/V_N^2 & \\ & & & -1 \\ & & & & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & V_N^2 & \\ & & -1 \\ 0 & & & -1 \end{bmatrix} F_2 \\ &= - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_N^2 \end{bmatrix} (F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2) = - \begin{bmatrix} V_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_N^2 \end{bmatrix} G \end{aligned}$$

の関係が得られる。

これより、 $-G$ がM行列になることと、 G' がM行列になることは等価となる。即ち、(3.40)式の条件下で得られた $-G_{NL}$ がM行列のとき安定という条件は、 G'_{NL} がM行列という静的安定条件と一致する。

次に Venikov 氏の静的安定条件との関連を検討する。第 1.2.2 項で示したように Venikov

氏は，ノードに流入する電力の向きを正にとっているので，本節の符号のとり方と逆になっている。そのため Venikov 氏の判定法は，

$$k_i = 0 \quad i = 1, \dots, M-1$$

の条件のもとで，

$$(-1)^{M-1} \det F'_{NL} > 0$$

ならば安定と判定することになる。ここで

$$\det F'_{NL} = \det G'_{NL} \cdot \det A'_2$$

であり，行列 A'_2 は M 行列となるため $\det A'_2 > 0$ となる。従って Venikov 氏の判定規
準は，

$$(-1)^{M-1} \det G'_{NL} > 0$$

となり，電源数 M が偶数のときは，誤った結果を与えることになる。ここで

$$\det G'_{NL} > 0 \quad \text{-----} (3.54)$$

を安定条件としたとしても， G'_{NL} が M 行列となる十分条件とはならないが， M 行列を規定する左上隅主座小行列式が正という条件のうち第 3.2 節の定理 5 により，(3.54) 式の条件が最も崩れやすい条件であるため，安定運転点から負荷変動等により運転点が多小移行した場合の安定判別は，(3.54) 式でも十分である。

3.6 電圧安定度を悪くする負荷条件

同一の運転条件において負荷特性が電圧安定度に及ぼす影響を考える。安定領域においては，行列 G' が M 行列に近い形になること，及び同一の運転条件において負荷特性を変えたときの行和（あるいは列和）が小さくなると，電圧安定度が悪くなるということを用いる。（定理 6 参照）

負荷特性の表現として，(2.8) 式を用いると $Q_{0i} = 0$ の近くでの無効電力の負荷特性が表現できなくなる。そこで実系統との対応を考えて，

$$\left. \begin{aligned} P_{Li} &= P_{0i} + \alpha_i P_{0i} (V_i - V_{0i}) \\ Q_{Li} &= Q_{0i} + \beta_i P_{0i} (V_i - V_{0i}) \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (3.55)$$

但し， P_{0i} ， Q_{0i} ， V_{0i} ：定格値

を用いる。

同一の運転条件において無効電力負荷特性のみをかえると行列 G は対応する対角要素のみが変わるので，電圧安定度を悪くする無効電力特性は次式で与えられる。

$$\beta_i \rightarrow \text{小} \quad i = 1, \dots, N \quad \text{-----} (3.56)$$

ノード i における有効電力負荷特性の与える影響を考える。ここで、線路の抵抗分は無視できるとすると A'_2 は既約優対角 M 行列となる。 A'_2 は対称であるからアドミッタンス行列に対応させることができ、位相の基準ノードに送電線を介して接続しているノードに等価的に対地アドミッタンスが接続していると考えられる。 $A_2'^{-1} = (a_{ij})$ とすれば

$$\begin{aligned}\frac{dG'}{d\alpha_i} &= \frac{d}{d\alpha_i} (F_1' - A_1' A_2'^{-1} F_2') \\ &= -A_1' A_2'^{-1} \frac{dF_2'}{d\alpha_i} \\ &= -A_1' A_2'^{-1} \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & P_{0i} & \cdots & \vdots \\ \vdots & & -k_1 P_{0i} & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & -k_{M-1} P_{0i} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \\ &= -P_{0i} A_1' \begin{pmatrix} 0 & \cdots & a_{1i} - \sum_{j=1}^{M-1} k_j a_{1,N+j} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{ji} - \sum_{j=1}^{M-1} k_j a_{j,N+j} & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

上式より、 $dG'/d\alpha_i$ は i 列のみが非 0 の行列となるので、 i 列の列和を調べればよい。

$A_1' = (-b_{ij})$ とすれば

$$\begin{aligned}\frac{1}{P_{0i}} \sum_{k=1}^N \left(\frac{dG'}{d\alpha_i} \right)_{ki} &= \sum_{j=1}^J \left\{ \left(\sum_{k=1}^N b_{kj} \right) \left(a_{ji} - \sum_{l=1}^{M-1} k_l a_{j,N+l} \right) \right. \\ &= \sum_{j=1}^N \left(\sum_{k=1}^N b_{kj} \right) a_{ji} + \sum_{j=N+1}^J \left(\sum_{k=1}^N b_{kj} \right) a_{ji} \\ &\quad \left. - \sum_{l=1}^{M-1} k_l \left\{ \left(\sum_{j=1}^N \left(\sum_{k=1}^N b_{kj} \right) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times a_{j,N+l} + \sum_{j=N+1}^J \left(\sum_{k=1}^N b_{kj} \right) a_{j,N+l} \right\} \right\} \quad (3.57)\end{aligned}$$

ここで、 $-A_1'$ の対角要素は負荷の消費する有効電力を示し、

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N b_{kj} + \sum_{j=N+1}^J \sum_{k=1}^N b_{kj} > 0 \quad (3.58)$$

また、

$$\sum_{k=1}^N b_{kj} \begin{cases} \geq 0: j=1, \dots, N \text{ で電源ノードに} \\ \quad \text{送電線を介して接続されてい} \\ \quad \text{ないとき} \\ < 0: j=N+1, \dots, J \end{cases}$$

であり，ノード i ($1 \leq i \leq N$) に近接しているノードほど a_{ij} の値が大きいので，
 (3.57) 式の第 1 項，第 2 項の和はほぼ正となる (第 3.2 節の定理 7 参照)。また第 3 項，
 第 4 項において， $a_{j,N+l}$ の値の大きいものは第 4 項に集中すると考えられるので，
 (3.58) 式の影響はあまりあられずほぼ

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{dG'}{d\alpha_i} \right)_{ji} > 0$$

が成立すると考えられる。したがって，電圧安定度を悪くする有効電力の電圧特性は

$$\alpha_i \rightarrow \text{小} \quad i=1, \dots, N \text{ ----- (3.59)}$$

となる。また，以上の導出過程からも明らかなように行列 G' の i 列の和にはノード i に
 おける負荷特性の影響のみがあらわれ， i 行の和はすべての負荷特性が影響する。したが
 って，同一の運転条件のもとで負荷特性をかえてもノード i に負荷が接続されていない
 ときは i 列の和は変化しない。

3.7 電圧安定度向上対策ノードの検出法

電圧安定領域においては， G'_{NL} は M 行列に近い形になること及び M 行列の条件がくずれ
 るのは行和，あるいは列和のうちで負のものが生じるためであるので，安定度向上対策を
 施すべきノードは，行列 G'_{NL} の行和あるいは列和のうちで負のものに対応するもの，特
 に最も小さいものに対応するノードであることがわかる。なお，この妥当性については後
 の数値計算で行和の最小となっているノードに電力を供給している送電線のリアクタンス
 を変化させて行和 (列和) を求めた数値計算により例証される。

3.8 電圧安定限界の検出法

電圧安定限界は $\det G'_{NL} = 0$ により生じる。また定理 2 により安定度が悪くなれば \det
 G'_{NL} の値が小さくなるので，同一系統で運転条件をかえたとき， $\det G'_{NL}$ の値を比較する
 ことにより，安定度が向上したか否かの判定を行いうる。しかし， G'_{NL} の値そのものは相
 対量であり，安定度余裕の絶対的な目安となり得ない。そこで $\det G'_{NL}$ を安定度余裕の
 尺度として用いる場合，何らかの規格化が必要となるが，ここでは $\det G'_{LL}$ による規格
 化を行い

$$\gamma = \det G'_{NL} / \det G'_{LL} \text{ ----- (3.60)}$$

を安定度余裕の尺度として用いることを考える。安定限界近傍になると，非線形性が強く
 あらわれるため γ の値は小さくなり安定限界の検出が行いうるが，実運用の観点からはあ
 る程度の安定度余裕が必要であるから

$$\gamma = \det G'_{N,L} / \det G'_{L,L} > \gamma_0 \text{ ----- (3.61)}$$

γ_0 : あらかじめ設定された 1 以下の正の値

を満足するように運転条件を設定する必要がある。

ここで,

$$\det F' = \det G' \cdot \det A_2 \text{ ----- (3.62)}$$

であるから, (3.61) 式は

$$\gamma = \det F'_{N,L} / \det F'_{L,L} \text{ ----- (3.63)}$$

とも同値である。

3.9 数値計算例

2機2負荷系統等のモデル系統を用い, 第2.7節で示した手順に従って前節までの理論解析で得られた結論の妥当性を検証する。

3.9.1 2機2負荷系統

(ケース1) 第3.3図の2機2負荷系統において,

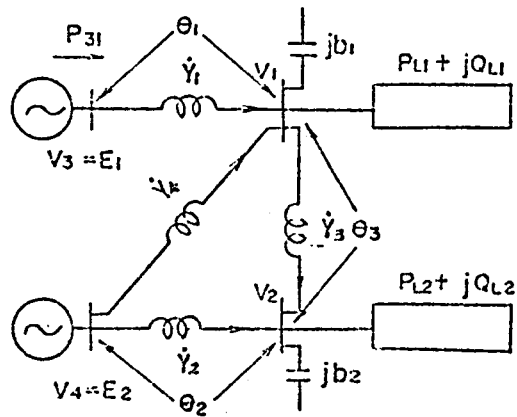
$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_2 = Y_3 = Y_4 = -j 1.0 \text{ (p.u.)}, \\ b_1 &= 0.15 \text{ (p.u.)}, \quad b_2 = 0.1 \text{ (p.u.)}, \\ P_{L1} &= 0.6021 \text{ (p.u.)}, \quad P_{L2} = 0.1374 \text{ (p.u.)}, \\ Q_{L1} &= 0.0799 \text{ (p.u.)}, \quad Q_{L2} = 0.0648 \text{ (p.u.)}, \\ P_{31} &= 0.1736 \text{ (p.u.)} \end{aligned}$$

とし, (2.23) 式の定数は, $T_{g,i} = T_{b,i} = 4 \text{ (sec)}$, $T_{g,i} = 1 \text{ (sec)}$, $T_{b,i} = 4 \text{ (sec)}$,
及び $T_{g,i} = 4 \text{ (sec)}$, $T_{b,i} = 1 \text{ (sec)}$ の3組と $\Delta T = 1 \text{ (sec)}$ とする。

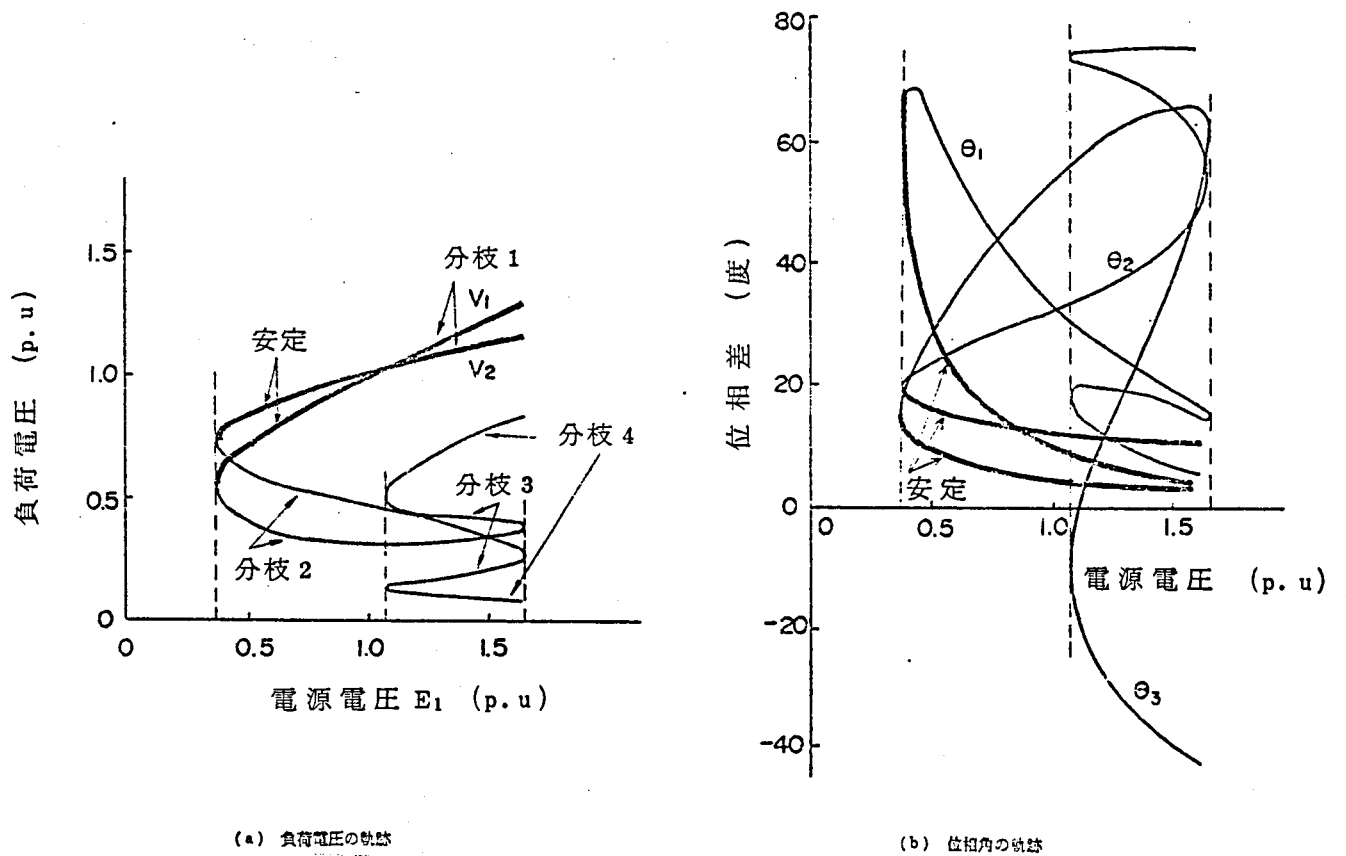
負荷を定電力特性とすると, (3.40) 式の条件が満足される。このとき位相差 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ を図のようにとり, E_2 を 1 p.u. に固定して, E_1 を 0.1 p.u. ずつ変化させたときの負荷電圧 V_1, V_2 , 位相差 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の軌跡を第3.4図に示す。

図に示すように分枝を定義する。ある電源電圧に対して同一の分枝に属する V_1, V_2 が1つの平衡点に対応している。従って $0 \leq E_1 < 0.4$ のときは解はなく, $0.4 \leq E_1 \leq 1.1$, $E_1 > 1.6$ のときは2個, $1.6 \geq E_1 > 1.1$ のときは4個の平衡点が存在することになる。

第3.1～3.3表に, $k_1 = 0.1$ において $E_1 = 1.0 \text{ p.u.}$ (分枝1), 0.4 p.u. (分枝1), 及び 0.4 p.u. (分枝2) のときの行列 H , H^{-1} 及び時定数を変えたときの行列 $T^{-1}H$ の固有値を示す。



第 3.3 図 2機2負荷系統



第 3.4 図 電圧安定領域

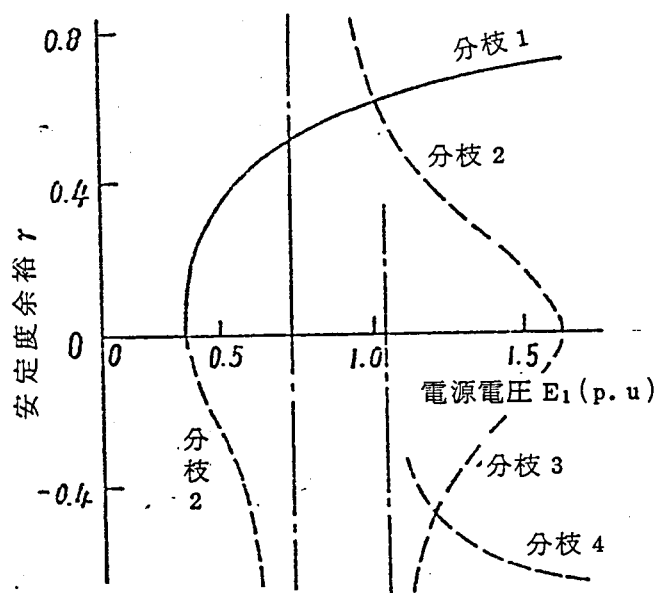
第 3.1, 3.2 表では, 行列 H は, M 行列となっており安定条件 V が成立している。このため時定数の如何にかかわらず行列 $T^{-1}H$ の固有値は全て正となっている。これに対し第 3.3 表では, 行列 H の非対角要素は全て正となっているが, H^{-1} の要素は, 3 つの要素を除いて負となっており, H は M 行列となっていない。行列 $T^{-1}H$ の固有値も, 1 つが負となっており不安定であることが分る。

第 3.4 表に, $k_1=0.1$, $E_1=0.4$ p.u. のときの G_{LL} , G'_{NL} , $G_{LL}^{-1}G'_{NL}$, $(G'_{LL}^{-1}G'_{NL})^{-1}$ を示すが, 前 3 つの行列は, M 行列となっており, 安定条件 II, N が成立している。分枝 1 は, $k_1=0.1, 0.5, 0.9$ に対して, 安定条件 II, N, V が成立し安定となり, 安定限界は $\det G_{NL}=0$ で起きた。

これに対し分枝 2, 3, 4 では $k_1=0.1, 0.5, 0.9$ に対して, G'_{NL} は M 行列とならず, 安定条件 II ~ V を満足する領域は存在しない。しかし $k_1=0.9$ のとき, 分枝 2 で $G_{LL}^{-1}G'_{NL}$ の 2 つの固有値が正となる領域が存在し, シミュレーションでも安定となった。この安定領域は, k_1 が 0.5 (あるいは 0.1) に変化すると不安定となるため, 安定度余裕は極めて小さく, 実運用上は, 不安定と判定すべき領域である。

以上よりこの場合の安定判別は, $-G_{NL}(G'_{NL})$ が M 行列であるか否かにより行うことができることが分る。

第 3.5 図は, 電源の有効電力増分比を $k_1=0.9$ とし $E_2=1.0$ p.u. に固定して変化させたときの (3.61) 式の γ の軌跡を描いたものである。図中の分枝 1 等は第 3.4 図の分枝 1 等に対応している。 γ の軌跡は分枝 1 では電源電圧の減少に対して単調減少しているが, これは電源電圧の減少により安定度余裕が小さくなることから, G_{NL} の行列式の値に直接反映していることを示しており, 定理 2 と対応している。



第 3.5 図 γ の軌跡

第 3.1 表 分枝 1 , $E_1 = 1.0 \text{ p.u.}$ における H, H^{-1} 及び $T^{-1} \cdot H$
の固有値

(a) 行 列 H

列 行	1	2	3	4
1	0.93913	-0.03138	-0.01885	-0.00825
2	-0.02256	0.92249	-0.01391	-0.01080
3	-0.45869	-0.23645	0.85792	-0.06218
4	-0.04784	-0.16434	-0.02949	0.97711

(b) 行 列 H^{-1}

列 行	1	2	3	4
1	1.07859	0.04504	0.02482	0.01119
2	0.03621	1.09253	0.01898	0.01359
3	0.59222	0.33942	1.18703	0.08430
4	0.07678	0.19620	0.04024	1.02881

(c) 行列 $T^{-1}H$ の固有値

時 定 数				固 有 値			
T_1	T_2	T_3	T_4	1	2	3	4
1	1	1	1	0.94242	0.75422	1.00000	1.00000
10	1	1	10	9.85751	9.32011	0.95553	0.80969
10	10	1	1	9.58802	9.04515	0.99034	0.82761
1	1	10	10	9.90931	8.45956	0.95713	0.88590
1	10	10	1	9.56247	8.25909	0.98500	0.91367
10	1	10	1	10.00190	7.97766	1.00014	0.89068
1	10	1	10	10.00162	9.00225	1.00021	0.78932

第3.2表 分枝1, $E_1=0.4$ p.u. における H , H^{-1} 及び

$T^{-1} \cdot H$ の固有値

(a) 行列 H

列 行	1	2	3	4
1	0.87811	-0.07763	-0.07304	-0.04120
2	-0.01673	0.88121	-0.02232	-0.02420
3	-0.91851	-0.58498	0.44962	-0.31048
4	-0.03547	-0.25188	-0.04732	0.94870

(b) 行列 H^{-1}

列 行	1	2	3	4
1	1.43033	0.34795	0.26626	0.15813
2	0.11603	1.22066	0.08621	0.06439
3	3.24282	2.62204	3.00644	1.19161
4	0.24603	0.46787	0.18280	1.13652

(c) 行列 $T^{-1} H$ の固有値

時定数				固有値			
T_1	T_2	T_3	T_4	1	2	3	4
1	1	1	1	0.27295	0.88468	1.00000	1.00000
10	1	1	10	9.65535	8.72022	0.90733	0.31611
10	10	1	1	9.16782	8.53286	0.97389	0.31697
1	1	10	10	9.76827	4.45470	0.90961	0.61005
1	10	10	1	9.09755	4.45489	0.96368	0.61822
10	1	10	1	9.99882	3.39616	1.00004	0.71097
1	10	1	10	10.00142	8.33597	1.00007	0.28961

第 3.3 表 分枝 2 , $E_1 = 0.4 \text{ p.u.}$ における H , H^{-1} 及び

$T^{-1} \cdot H$ の固有値

(a) 行 列 H

列 行	1	2	3	4
1	0.84450	-0.10766	-0.15573	-0.11650
2	-0.00505	0.85263	-0.02331	-0.03465
3	-1.17176	-0.81129	-0.17350	-0.87792
4	-0.01071	-0.31248	-0.04943	0.92652

(b) 行 列 H^{-1}

列 行	1	2	3	4
1	0.61631	-0.42491	-0.40446	-0.32164
2	-0.08251	1.09059	-0.06389	-0.03012
3	-2.89135	-3.20196	-2.04789	-2.42379
4	-0.17495	-0.19208	-0.13547	0.93613

(c) 行列 $T^{-1} \cdot H$ の固有値

時 定 数				固 有 値			
T_1	T_2	T_3	T_4	1	2	3	4
1	1	1	1	0.834253	1.00000	1.00000	-0.38409
10	1	1	10	9.38566	8.59678	0.86569	-0.45875
10	10	1	1	8.74807	8.46878	0.95868	-0.45117
1	1	10	10	9.65169	-2.70653	1.41831	0.86478
1	10	10	1	8.71298	-2.59570	1.50465	0.94113
10	1	10	1	9.99921	-3.44246	1.00108	0.93003
1	10	1	10	10.00136	7.86879	0.99999	-0.40715

しかしながら不安定領域においては、このような単調性はない。分枝2において $\gamma > 0$ となる領域が存在するが、これは安定度余裕の小さい安定領域、従って実際には不安定と判定すべき領域に対応しており、 $\det \mathbf{G}'_{NL} > 0$ ならば安定とする Venikov 氏の判定条件も厳密には正しくないことを示している。

(ケース2) ノード1を進相負荷とし、

$$Q_{L1} = -0.0701 \text{ (p.u.)}, b_1 = 0, k_1 = 0.9$$

とする。有効電力負荷は、ケース1と同様定電力とするが、無効電力負荷特性は次式で与えられるとする。

$$Q_{Li} = Q_{oi} + 2.0 P_{oi} (V_i - V_{oi}) \quad i = 1, 2$$

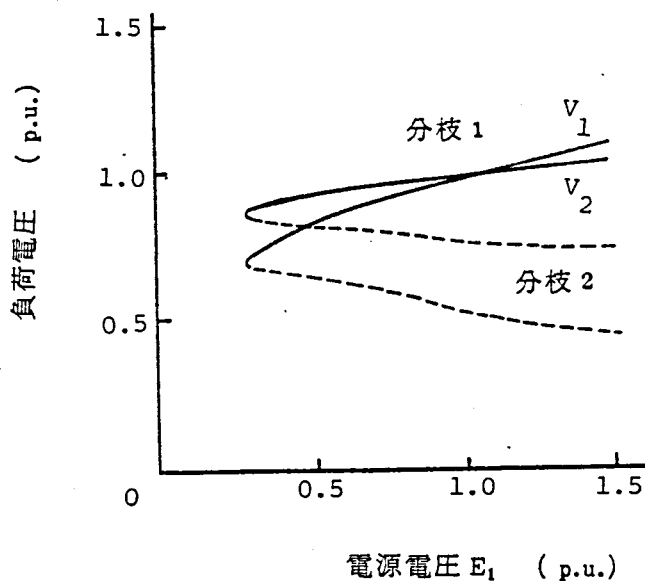
$$\begin{aligned} \text{但し } Q_{01} &= -0.0701, P_{01} = 0.6021 \\ Q_{02} &= 0.0799, P_{02} = 0.1374 \\ V_{01} &= V_{02} = 1.0 \text{ (p.u.)} \end{aligned}$$

第3.6図に $E_2 = 1.0 \text{ p.u.}$ として E_1 を変えたときの V_1, V_2 の軌跡を示す。分枝1では、 $-\mathbf{G}'_{NL}$, $-\mathbf{G}'_{LL}$ は共にM行列であるが、 $\mathbf{G}'_{LL} - \mathbf{G}'_{NL}$ の対角要素は正、非対角要素は負となった。第3.5表に分枝1で $E_1 = 0.3 \text{ p.u.}$ のときの \mathbf{G}'_{LL} , \mathbf{G}'_{NL} 等の行列を、また第3.6表にこのとき時定数を変化させたときの固有値の値を示す。この表は、 $\mathbf{G}'_{LL}^{-1} \cdot \mathbf{G}'_{NL}$ がM行列とならないでも $-\mathbf{G}'_{NL}$ がM行列となれば安定と判定しても良いことを示唆している。

第3.7表に分枝2で $E_1 = 0.3 \text{ p.u.}$ のときの \mathbf{G}'_{LL} , \mathbf{G}'_{NL} 等の行列を示している。この場合は、 \mathbf{G}'_{NL} はM行列であるが、 \mathbf{G}'_{LL} がM行列でなく $\mathbf{G}'_{LL}^{-1} \mathbf{G}'_{NL}$ の固有値は、6.12と-3.51となった。このように分枝2では、1つの固有値が負となり、不安定となった。

(ケース3)

第3.2図の2機2負荷系統において負荷特性を定電力特性として電源電圧及び負荷電圧がそれぞれ 1.05 p.u. , 1.0 p.u. で電圧安定限界付近となるように負荷及び調相容量の値を設定し、電源電圧にステップ状の変化を加えて電圧不安定現象のデジタルシミュレー



第3.6図 負荷電圧の軌跡

ションを行った。このときの系統定数及び負荷条件は，

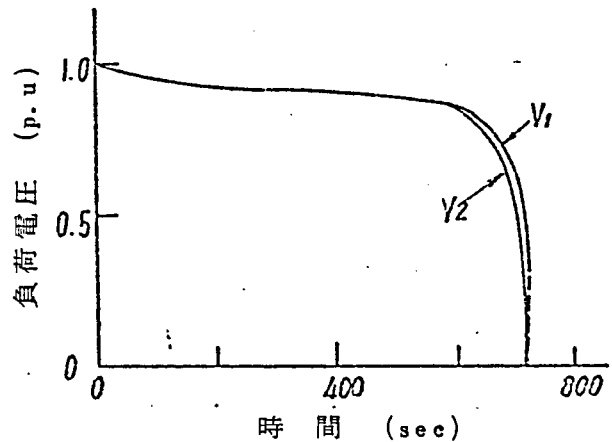
$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= \dot{Y}_2 = \dot{Y}_3 = \dot{Y}_4 = -j1.0 \text{ p.u.} \\ b_1 &= 0.570 \text{ p.u.}, \quad b_2 = 0.310 \text{ p.u.} \\ P_{L1} + jQ_{L1} &= 0.98 + j0.34 \text{ p.u.} \\ P_{L2} + jQ_{L2} &= 0.66 + j0.2 \text{ p.u.} \\ P_{31} &= 0.65 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

負荷の時間特性としては，(2.22)式を用いた。シミュレーションでは

$$T_{g,j} = T_{b,j} = 4 \text{ s}, \quad \Delta T = 1 \text{ s}$$

とした。

設定した運転点では， G'_{NL} は M 行列となり，安定平衡点となるので，電源電圧に正のステップ状の変化を与えると新しい平衡点で平衡した。次に E_2 に $\Delta E_2 = -0.01 \text{ p.u.}$ のステップ状の変化を与えると，この平衡点は安定限界近傍であるため，第 3.7 図に示すように最初は徐々に，ついで急速に電圧崩壊が生じている。この例では電圧崩壊が生じるまでほぼ 700 秒かかっており負荷の時定数が 4 秒であるのにくらべてきわめて長く，また電圧の崩壊のようすが文献(3)における記述ともきわめてよく一致している。



第 3.7 図 電圧不安定現象のシミュレーション

3.9.2 4機13ノード系統

第 3.8 図の 4 機 13 ノード系統を考える。第 3.8 表は，線路定数を，第 3.9 表は，指定発電機出力，負荷及び調相容量の値を示す。第 3.10 表は，ノード 3，5 を除くノードを有効電力と電圧を指定して潮流計算したときの結果を示す。第 3.9 表の調相容量の値は，ノード 3, 5 を除くノード電圧が，有効電力と無効電力が表中の値に指定されたとき 1 p.u. となるように決めた。

発電機の有効電力増分比は，

$$k_1 = 0.1, \quad k_2 = 0.6, \quad k_3 = 0.2, \quad k_4 = 0.1$$

とし，負荷電圧特性は，(3.55)式としケース 1 として

第3.4表 第3.4図 $E_1 = 0.4 \text{ p.u}$ 分枝1
における行列の値

G_{LL}'		G_{NL}'	
1	2	1	2
1	3.1204	-0.4888	
2	-0.8181	1.4954	
$G_{LL}'^{-1} G_{NL}'$		$(G_{LL}'^{-1} G_{NL}')^{-1}$	
1	2	1	2
1	0.2679	-0.0888	
2	-0.4261	0.8359	

第3.5表 第3.6図 $E_1 = 0.3 \text{ p.u}$ 分枝1
における行列の値

G_{LL}'		G_{NL}'	
1	2	1	2
1	3.0867	-0.6231	
2	-0.9290	1.7202	
$G_{LL}'^{-1} G_{NL}'$		$(G_{LL}'^{-1} G_{NL}')^{-1}$	
1	2	1	2
1	1.1806	-0.0560	
2	0.0847	1.0772	

第3.6表 第3.6図 $E_1 = 0.3 \text{ p.u}$ 分枝1
における $T^{-1} G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値

T_1	T_2	固有値1	固有値2
1000	1	1180	1.08
100	1	118	1.08
10	1	11.8	1.08
1	1	1.13 + j0.091	1.13 - j0.091
1	10	17.8	1.19
1	100	108	1.18
1	1000	1077	1.18

第3.7表 第3.6図 $E_1 = 0.3 \text{ p.u}$ 分枝2
における行列の値

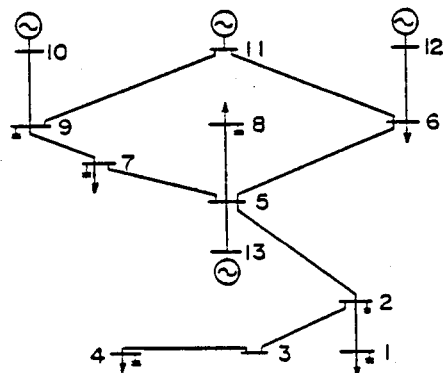
G_{LL}'		G_{NL}'	
1	2	1	2
1	-0.3595	-1.2484	
2	-0.8923	1.6181	
$G_{LL}'^{-1} G_{NL}'$		$(G_{LL}'^{-1} G_{NL}')^{-1}$	
1	2	1	2
1	-3.1778	-0.6149	
2	-2.3211	0.7902	

第3.9表 発電量, 負荷, コンデンサの
容量 (p.u)

ノード	コンデンサ	発電量(P)	負荷 P _L Q _L
1	1.3500		3.8 1.14
2	2.5124		0.9 0.27
4	1.4895		3.8 1.14
6	1.1950		3.9 1.17
7	1.3437		2.0 0.60
8	0.8103		1.0 0.30
9	0.8704		2.9 0.87
10		1.9	
11		11.0	
12		3.9	
13		1.5	

第3.10表 潮流解

ノード	電圧 (p.u)	位相角 (度)
1	1.0000	-30.00
2	1.0000	-23.67
3	0.9960	-27.83
4	1.0000	-34.18
5	0.9902	-4.63
6	1.0000	2.37
7	1.0000	-3.04
8	1.0000	9.31
9	1.0000	14.95
10	1.0200	18.69
11	1.0200	25.59
12	1.0500	9.83
13	1.0500	0.0



第3.8図 4機13ノード系統

$$\alpha_1 P_{01} = 0.25, \beta_1 P_{01} = 0.05 \quad i=1, \dots, N \quad (3.64)$$

ケース 2 として

$$\alpha_1 P_{01} = 0.05, \beta_1 P_{01} = 0.05 \quad i=1, \dots, N \quad (3.65)$$

とした。

第 3.1.1 ~ 3.1.3 表にそれぞれ線形負荷時、ケース 1 及び 2 の負荷特性における行列 G' 、その逆行列 G'^{-1} 及び dV/dE の要素を示す。表中の SUM は行和 (列和) を示し、 dV/dE では例えば (1, 4) 要素は dV_1/dE_4 を示す。また第 3.1.4, 3.1.5 表にケース 1 及び 2 の $G_{LL}^{-1}G_{NL}$, $(G_{LL}^{-1}G_{NL})^{-1}$ 及び $G_{LL}^{-1}G_{NL}$ の固有値を示す。

第 3.1.1 表の線形負荷時においては、 F'_i の 0 要素に対応する G' の非対角要素に少し大きい正の値があるが、 G' の左上隅主座小行列式はすべて正であり、また、その逆行列も 9 1 個の要素のうち 8 個の要素を除いてすべて正となっている。また、 G'^{-1} の対角要素がその列のほぼ最大値となっており、負の要素は対角要素にはない。 G'^{-1} の対角要素が列のほぼ最大となっているのは定理 7 及び第 3.1.1 表の行列 G' の行和において、負となるものもあるがその値は小さくほぼ既約優対角 M 行列となっているためであると考えられる。ここで、第 1 列の 8, 9 行目の要素は負となっているが、これはノード 1 に進相容量を微小投入したとき、これとは電氣的に離れているノード 8, 9 の電圧が下がることを意味する。

行列 dV/dE の要素はすべて正となっているが、 dV_j/dE_i の値は、ノード $N+i$ に近接したノードに最大値が集中している。

第 3.1.2 表のケース 1 においても、 G' はほぼ M 行列となっており、 G'^{-1} , dV/dE のすべての要素は正となっている。このとき G'^{-1} の 5 ~ 9 列の対角要素の値はその列の要素の最小値に近い値となっているが、これは行和、列和とも負となるものが多くなっているため定理 7 の条件が近似的にも成立しなくなったためである。 G'^{-1} , dV/dE の要素の値とも、第 3.1.1 表の線形負荷時に比べて大きく、また、(3.61) 式の γ の値は、0.0010 となっており、非線形性がきわめて強く表われており、安定限界近傍となっていると思われる。

第 3.1.4 表の行列 $G_{LL}^{-1}G_{NL}$ において第 3 行の非対角要素に極めて小さい正の値が現われているが、その逆行列も 3 列の非対角要素を除いては、正となっており、また固有値も全て正となっているため、M 行列と見做すことができる。

第 3.1.3 表のケース 2 においては、8 次までの主座小行列式は正となっているが、 $\det G' < 0$ となっており、また第 3.1.5 表より $G_{LL}^{-1}G_{NL}$ も M 行列とはなっており固有値に負

第 3. 1 1 表 線形負荷時における行列 $G, G^{-1}, dV/dE$

LINEAR LOAD MATRIX G'										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	SUM
1	34.6940	-34.6940	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	-31.2289	108.1782	-52.7704	3.1749	-27.8384	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.4847
3	-0.0000	-52.5582	86.0620	-33.1578	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.3460
4	0.0000	0.0000	-34.6958	34.5563	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.1359
5	3.5805	-26.7179	0.0000	3.5805	110.8905	-33.2855	-29.0903	-9.0694	-0.1890	19.6994
6	1.4746	0.3492	0.0000	1.4746	-33.6232	71.5358	0.2165	-0.2896	-0.7912	40.3467
7	0.5813	0.1377	0.0	0.5813	-29.6762	0.0203	37.7797	-0.3207	-9.2493	-0.1460
8	0.5895	0.1396	0.0000	0.5895	-9.0929	0.0205	-0.0864	40.5379	-32.6402	0.0575
9	1.2392	0.2935	-0.0000	1.2392	-0.1418	-0.0492	-8.1280	-32.0405	105.5788	67.9911
SUM	10.9301	-4.8720	-1.4041	12.0383	10.5180	38.2419	0.6916	-1.1823	62.7090	
INVERSE MATRIX OF G'										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	0.0687	0.0476	0.0428	0.0337	0.0196	0.0091	0.0159	0.0076	0.0038	
2	0.0399	0.0476	0.0428	0.0337	0.0196	0.0091	0.0159	0.0076	0.0038	
3	0.0397	0.0474	0.0615	0.0518	0.0195	0.0091	0.0158	0.0076	0.0038	
4	0.0399	0.0476	0.0618	0.0809	0.0196	0.0091	0.0159	0.0076	0.0038	
5	0.0072	0.0112	0.0086	0.0043	0.0194	0.0090	0.0157	0.0075	0.0038	
6	0.0009	0.0030	0.0016	-0.0005	0.0082	0.0178	0.0066	0.0034	0.0018	
7	0.0034	0.0070	0.0047	0.0009	0.0152	0.0071	0.0395	0.0087	0.0062	
8	-0.0013	0.0006	-0.0007	-0.0025	0.0057	0.0026	0.0069	0.0351	0.0115	
9	-0.0015	-0.0005	-0.0012	-0.0021	0.0024	0.0011	0.0047	0.0111	0.0133	
MATRIX dV/dE										
	1	2	3	4						
1	0.1102	0.2450	0.2625	0.3474						
2	0.1102	0.2450	0.2625	0.3474						
3	0.1097	0.2440	0.2614	0.3460						
4	0.1102	0.2450	0.2625	0.3474						
5	0.1091	0.2426	0.2599	0.3440						
6	0.0512	0.2539	0.5129	0.1457						
7	0.1782	0.3185	0.2034	0.2695						
8	0.3288	0.4720	0.0760	0.1008						
9	0.3820	0.5225	0.0324	0.0427						

第 3. 1 2 表 ケース 1 における行列 G, G^{-1} および dV/dE

NON-LINEAR LOAD ALPHA=0.250, BEHTA=0.050										
MATRIX G'										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	SUM
1	31.6491	-34.6940	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-3.0449
2	-34.5801	107.1534	-52.7704	0.1044	-27.8384	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-7.9311
3	-0.0000	-52.5582	86.0620	-34.5103	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-1.0065
4	0.0000	0.0000	-34.6953	31.5080	0.0	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-3.1877
5	0.1178	-27.4481	0.0000	0.1178	110.8905	-33.2933	-29.3673	-9.0121	-0.1425	11.8623
6	0.0485	0.0485	0.0000	0.0485	-33.6232	68.1735	-0.3639	-0.3935	-0.9172	33.0213
7	0.0191	0.0191	0.0	0.0191	-29.6762	-0.3891	36.2471	-0.2398	-9.0092	-3.0599
8	0.0194	0.0194	0.0000	0.0194	-9.0929	-0.3946	-0.2729	39.9764	-32.3968	-2.1227
9	0.0408	0.0408	-0.0000	0.0408	-0.1418	-0.8949	-8.9440	-32.3427	103.4641	61.2631
SUM	-2.6854	-7.4193	-1.4041	-2.6523	10.5180	33.2012	-2.7011	-2.0616	60.9984	
INVERSE MATRIX OF G'										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	34.8665	31.9704	34.9719	38.1218	13.7753	6.8653	11.9801	5.5827	2.8711	
2	31.7959	29.1645	31.9026	34.7760	12.5663	6.2632	10.9287	5.0927	2.6191	
3	34.7716	31.8940	34.9091	38.0535	13.7424	6.8494	11.9515	5.5693	2.8642	
4	38.2895	35.1208	38.4410	41.9352	15.1327	7.5424	13.1607	6.1328	3.1540	
5	13.2817	12.1827	13.3264	14.5266	5.2647	2.6240	4.5786	2.1336	1.0973	
6	6.6046	6.0581	6.6268	7.2236	2.6181	1.3196	2.2771	1.0614	0.5459	
7	11.6011	10.6411	11.6401	12.6884	4.5986	2.2922	4.0278	1.8666	0.9619	
8	5.2965	4.8582	5.3143	5.7929	2.0996	1.0463	1.8289	0.8847	0.4485	
9	2.6925	2.4697	2.7016	2.9448	1.0674	0.5323	0.9317	0.4434	0.2358	
MATRIX dV/dE										
	1	2	3	4						
1	82.2704	183.7007	193.0003	244.5709						
2	75.0498	167.5780	180.6226	223.1059						
3	82.0737	183.2615	197.5269	243.9861						
4	90.3773	201.8026	217.5113	268.6709						
5	31.4423	70.2073	75.6723	93.4708						
6	15.6433	35.0749	38.0538	46.4819						
7	27.5620	61.4626	66.1051	81.6454						
8	12.8502	28.4226	30.1892	37.2773						
9	6.7571	14.7478	15.3496	18.9507						

第 3. 1 3 表 ケース 2 における行列 G, G^{-1} および dV/dE .

NON-LINEAR LOAD ALPHA=0.050, BEHTA=0.050											
MATRIX G'										SUM	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	31.6269	-34.6940	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-3.0671	
2	-34.6712	107.0843	-52.7704	0.0209	-27.8384	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-8.1748	
3	-0.0000	-52.5582	86.0620	-34.5471	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-1.0433	
4	0.0000	0.0000	-34.6958	31.4858	0.0	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-3.2100	
5	0.0236	-27.5424	0.0000	0.0236	110.8905	-33.2940	-29.3820	-9.0055	-0.1408	11.5728	
6	0.0097	0.0097	0.0000	0.0097	-33.6232	68.1451	-0.3949	-0.4053	-0.9217	32.8291	
7	0.0038	0.0038	0.0	0.0038	-29.6762	-0.3999	36.2267	-0.2863	-9.0006	-3.1248	
8	0.0039	0.0039	0.0000	0.0039	-9.0929	-0.4056	-0.2829	39.9750	-32.3880	-2.1827	
9	0.0082	0.0082	-0.0000	0.0082	-0.1418	-0.9173	-8.9875	-32.3772	103.4488	61.0495	
SUM	-2.9952	-7.6848	-1.4041	-2.9913	10.5180	33.1283	-2.8207	-2.0993	60.9977		
INVERSE MATRIX OF G'										SUM	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	-2.1350	-1.9772	-2.1724	-2.3814	-0.8529	-0.4255	-0.7432	-0.3459	-0.1779		
2	-1.9751	-1.8024	-1.9804	-2.1708	-0.7775	-0.3879	-0.6775	-0.3153	-0.1622		
3	-2.1629	-1.9739	-2.1479	-2.3545	-0.8514	-0.4248	-0.7419	-0.3453	-0.1776		
4	-2.3835	-2.1751	-2.3669	-2.5628	-0.9382	-0.4681	-0.8176	-0.3805	-0.1957		
5	-0.8401	-0.7666	-0.8423	-0.9234	-0.3152	-0.1573	-0.2747	-0.1278	-0.0657		
6	-0.4223	-0.3853	-0.4234	-0.4641	-0.1584	-0.0644	-0.1378	-0.0639	-0.0328		
7	-0.7385	-0.6739	-0.7405	-0.8117	-0.2771	-0.1380	-0.2130	-0.1094	-0.0544		
8	-0.3423	-0.3124	-0.3432	-0.3762	-0.1284	-0.0637	-0.1089	-0.0182	-0.0159		
9	-0.1757	-0.1603	-0.1761	-0.1931	-0.0659	-0.0326	-0.0540	-0.0159	-0.0004		
MATRIX dV/dE										SUM	
	1	2	3	4							
1	-5.0927	-11.3726	-12.2593	-15.1276							
2	-4.6425	-10.3672	-11.1755	-13.7903							
3	-5.0841	-11.3534	-12.2386	-15.1021							
4	-5.6025	-12.5109	-13.4864	-16.6418							
5	-1.8821	-4.2028	-4.5306	-5.5906							
6	-0.9383	-1.9504	-1.8539	-2.8098							
7	-1.5568	-3.5568	-3.9758	-4.9143							
8	-0.4560	-1.2886	-1.8351	-2.2774							
9	-0.0109	-0.3646	-0.9395	-1.1687							

第314表: ケース 1 における行列 $G_{LL}^{-1} G_{NL}$, $(G_{LL}^{-1} G_{NL})^{-1}$, 及び $G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値

行列 $G_{LL}^{-1} G_{NL}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.53265	-0.06956	0.00000	-0.40537	-0.00000	-0.04370	-0.03959	-0.00477	-0.00271
2	-0.37958	0.93043	0.00000	-0.40537	-0.00000	-0.04370	-0.03959	-0.00477	-0.00271
3	-0.37805	-0.06929	1.00001	-0.48480	-0.00000	-0.04352	-0.03944	-0.00475	-0.00270
4	-0.37958	-0.06957	0.00001	0.42503	-0.00000	-0.04370	-0.03959	-0.00477	-0.00271
5	-0.15703	-0.03208	0.00000	-0.15680	1.00000	-0.04327	-0.03921	-0.00472	-0.00268
6	-0.07459	-0.01612	0.00000	-0.07156	-0.00000	0.93444	-0.02485	-0.00364	-0.00322
7	-0.13128	-0.02772	0.00000	-0.12809	-0.00000	-0.04889	0.92449	-0.00340	-0.00175
8	-0.05892	-0.01345	0.00000	-0.05416	-0.00000	-0.03603	-0.02961	0.97709	-0.01415
9	-0.02859	-0.00683	0.00000	-0.02526	-0.00000	-0.02165	-0.02155	-0.01011	0.97561
行列 $(G_{LL}^{-1} G_{NL})^{-1}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	285.60083	47.76622	-0.00398	332.97632	0.00045	32.89406	29.58434	3.56082	2.06357
2	259.53491	44.57402	-0.00363	303.75293	0.00041	30.00711	26.98785	3.24830	1.88246
3	283.32517	47.65231	0.99602	332.28003	0.00045	32.81561	29.51378	3.55233	2.05865
4	312.54102	52.47333	-0.00438	366.99390	0.00050	36.13559	32.49971	3.91172	2.25693
5	108.49289	18.21860	-0.00152	126.36338	1.00017	12.57155	11.30663	1.36088	0.78866
6	53.97218	9.06421	-0.00076	63.15691	0.00009	7.30146	5.63176	0.67855	0.39445
7	94.78726	15.91809	-0.00133	110.92050	0.00015	10.99754	10.92321	1.19055	0.68856
8	43.29945	7.27257	-0.00061	50.66493	0.00007	5.03918	4.52899	1.56494	0.32957
9	22.01839	3.69850	-0.00031	25.76259	0.00004	2.56676	2.31052	0.23594	1.18471
$G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0.9999	0.9999	1.0000	0.9888	0.9683	0.9659	0.9115	0.3713	0.1405×10^{-2}

第315表: ケース 2 における行列 $G_{LL}^{-1} G_{NL}$, $(G_{LL}^{-1} G_{NL})^{-1}$, 及び $G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値

行列 $G_{LL}^{-1} G_{NL}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.52411	-0.07554	0.00000	-0.41435	-0.00000	-0.04430	-0.04073	-0.00484	-0.00257
2	-0.38748	0.92446	0.00000	-0.41435	-0.00000	-0.04430	-0.04073	-0.00484	-0.00257
3	-0.38593	-0.07524	1.00001	-0.49484	-0.00000	-0.04412	-0.04057	-0.00482	-0.00256
4	-0.38748	-0.07554	0.00001	0.41430	-0.00000	-0.04430	-0.04073	-0.00484	-0.00257
5	-0.16087	-0.03551	0.00000	-0.16080	1.00000	-0.04387	-0.04033	-0.00479	-0.00255
6	-0.07656	-0.01800	0.00000	-0.07354	-0.00000	0.93378	-0.02577	-0.00384	-0.00323
7	-0.13464	-0.03085	0.00000	-0.13152	-0.00000	-0.04976	0.92258	-0.00547	-0.00143
8	-0.06061	-0.01515	0.00000	-0.03573	-0.00000	-0.03682	-0.03077	0.97668	-0.01396
9	-0.02946	-0.00775	0.00000	-0.02607	-0.00000	-0.02215	-0.02241	-0.01057	0.97554
行列 $(G_{LL}^{-1} G_{NL})^{-1}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-16.86464	-3.20808	0.00025	-21.07719	-0.00003	-2.06441	-1.88424	-0.22377	-0.12130
2	-16.37373	-1.92447	0.00023	-19.21390	-0.00003	-1.88191	-1.71766	-0.20399	-0.11057
3	-17.93135	-3.20266	1.00024	-20.94250	-0.00003	-2.06093	-1.88106	-0.22339	-0.12109
4	-19.75941	-3.52917	0.00027	-21.98007	-0.00003	-2.27104	-2.07253	-0.24617	-0.13344
5	-6.88244	-1.22488	0.00009	-8.09031	0.99999	-0.76294	-0.69635	-0.08270	-0.04483
6	-3.43716	-0.61052	0.00005	-4.04441	-0.00000	0.66682	-0.34035	-0.03958	-0.02020
7	-6.02747	-1.07150	0.00008	-7.08947	-0.00001	-0.65367	0.43576	-0.07083	-0.03994
8	-2.76870	-0.49084	0.00004	-3.26095	-0.00000	-0.28447	-0.26287	0.98895	-0.00437
9	-1.41393	-0.25028	0.00002	-1.66656	-0.00000	-0.14094	-0.12651	-0.00677	1.01554
$G_{LL}^{-1} G_{NL}$ の固有値									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0.9999	0.9999	1.0000	0.9888	0.9682	0.9660	0.9100	0.3699	-0.2273×10^{-1}

のものが生じ、不安定となっている。このとき G'^{-1} , dV/dE の要素はすべて負で $r = -0.0164$ となっている。このように安定側との G'^{-1} , dV/dE の要素の対応する符号は正負逆となる。

負荷特性を変えると線形負荷時、ケース 1, ケース 2 の順に電圧安定度が悪くなるが、 G' の行和、列和及び $\det G'$ の値ともこの順序で小さくなっている。またケース 1, 2 とも行和（列和）の最小値に対応するものは、ノード 2 であり、このノードに対して電圧安定度向上対策を施せば最も効果的となる。

3.9.3 6機28ノード系統

第 3.9 図の 6 機 28 ノード系統を考える。このときの線路のリアクタンス値及び電源の出力、負荷の消費する電力は同図に示されている。負荷の電圧特性は、(3.55) 式において $\alpha_i = \alpha$, $\beta_i = \beta$ ($i=1, \dots, N$) とした。

検討したケースは第 3.16 表に示す 14 ケースである。各ケースにおいて、電源電圧は 1.05 p.u. とし、ノード 6 を除く負荷電圧の値は 1 p.u. となるように調相容量の値を決めた。ケース A 及び B におけるノード 28 を基準としたときの各ノードの位相角を第 3.17 表に示す。

各ケースにおける有効電力増分比は、出力比すなわち

$$k_1 = 0.087, k_2 = 0.199, k_3 = 0.022$$

$$k_4 = 0.177, k_5 = 0.069, k_6 = 0.446$$

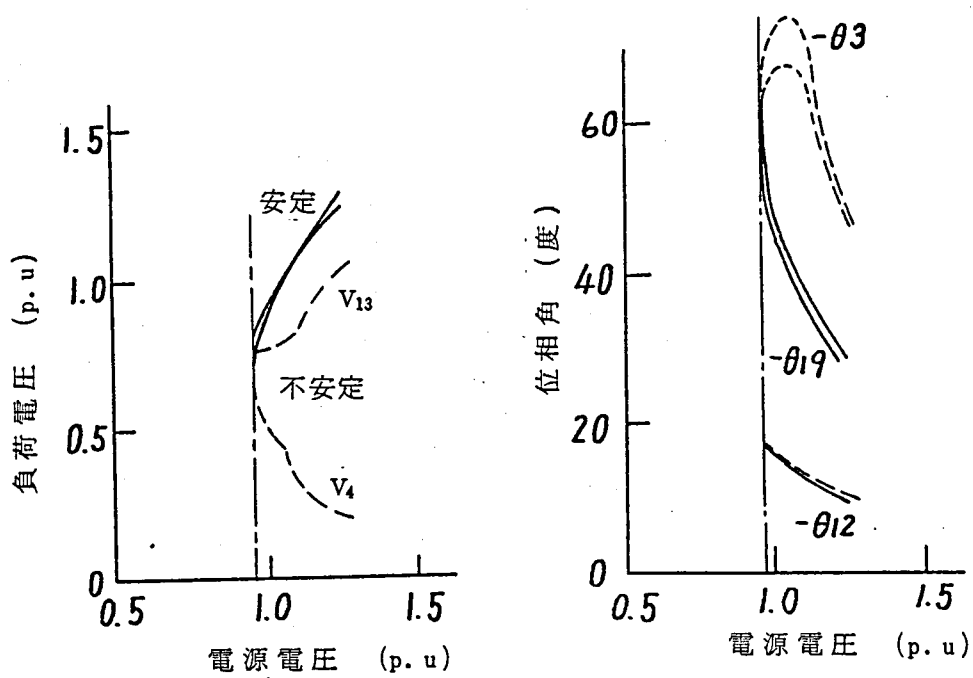
とした。

これまでの数値計算例では、 $G_{NL}(-G_{NL})$ が M 行列か否かで安定判別が行えたことより、ここでも、この規準により安定判別を行うこととする。

ケース A, B とも、 G'_{LL} はほぼ M 行列となり、ケース A では、 G'_{LL}^{-1} の 484 個の要素のうち 54 個、 dV/dE の 132 個の要素のうち 4 個が負となり、ケース B では、 G'_{LL}^{-1} の要素のうち 67 個、 dV/dE の要素のうち 2 個が負となった。また、どちらのケースにおいても G'_{LL}^{-1} の対角要素がその列のほぼ最大値となった。

14 ケースにおいて G'_{NL} はほぼ M 行列となり、 G'_{NL}^{-1} , dV/dE のすべての要素は正となり、どのケースとも安定となった。

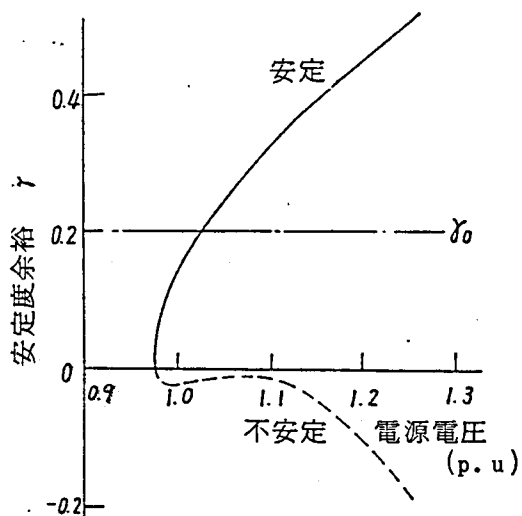
第 3.10 図(a), (b)にケース A-7 においてすべての電源電圧を 0.01 p.u. ずつ変化させたときの、 V_4 , V_{13} 及び $-\theta_3$, $-\theta_{19}$, $-\theta_{12}$ の軌跡を示す。他のノードの電圧、位相値の軌跡もほぼ同様である。安定領域において G'_{NL} はほぼ M 行列となり、安定限界は $\det G'_{NL}$



(a) 負荷電圧の軌跡

(b) 位相角の軌跡

第 3.10 図 電圧安定領域



第 3.11 図 γ の軌跡

$= 0$ となる点である。第3.11図は各電源電圧を0.01 p.u.ずつ同時に変化させたときの(3.61)式の r の軌跡を示したものである。 $E_i = 0.97$ p.u. ($i=1, \dots, 6$)のとき安定側で $\det G'_{NL} = 6.00 \times 10^{+30}$, 不安定側で $\det G'_{NL} = -2.18 \times 10^{29}$, $E_i = 0.96$ p.u. ($i=1, \dots, 6$)のときは解はなく, 従って, $E_i = 0.97$ が安定限界となっている。このとき $\det G'_{NL}$ そのものをみても安定限界に近いかな否かの判定はできないが, r により判定することができる。実運用の観点からは, 安定限界の検出は, 余裕をもたせて行うことが好ましいから, (3.61)式の r_0 の値を例えば0.2にとって $r < r_0$ となったとき電圧安定限界に近づいたことを検出すればよいであろう。

第3.18表に各ケースにおける $\det G_{NL}$, $\det G_{LL}$ 及び r の値を示す。(3.56), (3.59)式などにより, 各ケースにおける電圧安定度の優劣を不等号で表現すれば

$$\left. \begin{array}{l} \text{ケース A} > \text{ケース B} \\ \text{ケース 7} > \text{ケース 5} > \text{ケース 3} > \text{ケース 2} > \text{ケース 1} \\ \text{ケース 7} > \text{ケース 6} > \text{ケース 4} > \text{ケース 2}, \text{ケース 5} > \text{ケース 4} \end{array} \right\} \text{----- (3.66)}$$

となるが, 第3.18表の r を比較すれば, (3.66)式が成立していることがわかる。

第3.19表にケースA-1, B-1における G_{NL} の行和及び列和を, また第3.20表にケースA-2, A-4, A-6の行和及び列和を示す。ケースAではノード20が最も電圧安定度的に弱い, ケースBではノード20に電力を供給している線路のリアクタンスを2倍にしたため, ノード20の条件がさらに悪くなっている。

第3.19表において最も弱いノードは行和, 列和とも最も小さいものに対応しているが, 2番目以降は傾向はあっているが必ずしも一致はしていない。第3.20表は同一の運転条件で有効電力負荷の電圧特性のみが異なるときの行和及び列和を示すが, このときの行和, 列和とも $A-2 < A-4 < A-6$ となっており, (3.56), (3.59)式が成立していることがわかる。なお, G_{NL} の列和のうちノード12~22は負荷が接続されていないため3つのケースで同じ値となっている。

3.10 考 察

負荷の動特性を一次遅れとして多機系における安定条件を導いたが, 通常の負荷特性(遅れ負荷で, 定電力と線形特性との中間の負荷特性)の場合は, 縮小 Jacobian 行列がM行列となれば安定となり, 安定限界は, 上記行列の行列式が0となることにより生じることが, 理論解析及び計算機シミュレーションにより明らかとなった。この条件は, 任意の電源電圧を上昇させたとき全ての負荷電圧が上昇することに対応しており, 1機系の拡

第 3.18 表 $\det G_{N,L}, \det G_{L,L}$ および γ

ケース	ケース A		ケース B	
	$\det G_{N,L} \times 10^{12}$	γ	$\det G_{N,L} \times 10^{12}$	γ
1	4.16	0.176	1.35	0.106
2	4.47	0.189	1.48	0.117
3	5.02	0.213	1.72	0.135
4	4.65	0.197	1.59	0.125
5	5.22	0.221	1.84	0.145
6	5.02	0.213	1.81	0.143
7	5.62	0.238	2.08	0.164
$\det G_{L,L}$	23.6×10^{12}		12.7×10^{12}	

第 3.19 表 ケース 1 における行列 $G_{N,L}$ の
行および列和

ノード	行 和		列 和	
	A-1	B-1	A-1	B-1
1	-1.49	-1.63	-1.19	-1.18
2	-0.45	-0.64	0.10	0.12
3	-1.84	-2.14	-1.03	-1.04
4	-1.17	-1.36	-0.44	-0.40
5	-1.53	-1.53	-1.51	-1.52
6	-0.91	-0.91	-1.28	-1.29
7	-1.47	-1.47	-1.47	-1.47
8	-0.20	-0.20	-0.23	-0.23
9	0.03	-0.01	0.26	0.26
10	-1.11	-1.12	-1.00	-1.00
11	6.84	6.84	6.89	6.89
12	-1.08	-1.02	-1.53	-1.46
13	34.03	32.88	34.28	33.07
14	14.45	13.50	14.29	13.14
15	-1.26	-1.22	-1.79	-1.73
16	64.01	64.11	65.31	65.46
17	-1.15	-1.14	-1.58	-1.58
18	17.57	17.57	17.60	17.60
19	-1.02	-1.03	-1.41	-1.43
20	-2.91	-4.12	-4.03	-5.63
21	-1.32	-1.85	-1.82	-2.53
22	-0.95	-1.47	-1.47	-2.01

第 3.20 表 ケース A における $G_{N,L}$ の行和
および列和

ノード	行 和			列 和		
	A-2	A-4	A-6	A-2	A-4	A-6
1	-1.45	-1.44	-1.42	-1.15	-1.07	-0.91
2	-0.37	-0.35	-0.32	0.18	0.34	0.66
3	-1.73	-1.71	-1.67	-0.96	-0.74	-0.23
4	-1.06	-1.04	-1.00	-0.33	-0.07	0.44
5	-1.41	-1.39	-1.34	-1.40	-1.32	-1.16
6	-0.88	-0.84	-0.78	-1.24	-1.23	-1.21
7	-1.43	-1.42	-1.40	-1.43	-1.40	-1.34
8	-0.19	-0.18	-0.17	-0.21	-0.21	-0.21
9	0.07	0.07	0.08	0.30	0.34	0.43
10	-1.08	-1.08	-1.07	-0.98	-0.95	-0.83
11	6.88	6.89	6.91	6.93	6.96	7.03
12	-1.08	-1.04	-0.95	-1.53	-1.53	-1.53
13	34.03	34.20	34.53	34.28	34.23	34.23
14	14.45	14.56	14.79	14.29	14.29	14.29
15	-1.26	-1.22	-1.12	-1.79	-1.79	-1.79
16	64.01	64.12	64.35	65.31	65.31	65.31
17	-1.15	-1.11	-1.03	-1.58	-1.58	-1.58
18	17.57	17.64	17.80	17.60	17.60	17.60
19	-1.02	-0.99	-0.92	-1.41	-1.41	-1.41
20	-2.91	-2.91	-2.61	-4.03	-4.03	-4.03
21	-1.32	-1.23	-1.19	-1.82	-1.82	-1.82
22	-0.95	-0.91	-0.85	-1.30	-1.30	-1.30

張となっている。

行列 G' の行和あるいは列和により電圧安定度的に弱いノードを検出する際、非対角要素に正のものがあるときもそれらの符号をそのまま和を求めた。ここで、既約 M 行列を $A = (a_{ij})$ とし行列 A の a_{ij} の余因数を A_{ij} とすると

$$\det A = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ji} A_{ji} \quad i=1, \dots, n$$

で A_{ij} はすべて正である。したがって、行列 A の i 行（あるいは i 列）の 0 の要素を正にすれば、非対角要素は負または 0 という M 行列の条件はくずれるが、正則性はくずれず、行列式の値は増加する。したがって、非対角要素に正のものが生じて、それは、電圧安定度的には、安定度をます方向に働くと考えられるから、行和（列和）を求めるとき符号を変えずにそのまま和を求めてよいであろう。また、行列の連続性により非対角要素で正のものが小さければ、その逆行列も正となる と考えることができるがシミュレーションしたすべてのケースで非線形特性のとき G' に関しては、非対角要素で正となるものの値が小さくその逆行列はすべて正となっていた。

第 3.8, 3.9 図において電圧安定度向上対策を施すべきノードはそれぞれノード 2, 20 となり、いずれの場合も負荷と電源との中間のノードであり、従来の中間調相機による安定度向上の妥当性を例証している。なお中間調相機により電圧安定度が効果的に向上することに関しては文献 (24) でもシミュレーションにより確かめられている。

負荷の動特性を考慮して電圧安定条件を導いた例として文献 (23) がある。発電機端の位相角一定との現実的でない仮定を設けていること、また Jacobian 行列を縮約する際の過程等が明確でない等の難点はあるが、本節で述べた安定条件と極めて似た安定条件が得られている。

第 4 章 電圧安定度向上法

第4章 電圧安定度向上法

4.1 概 要

電力系統における種々のパラメータ，例えば，線路リアクタンス，負荷の電圧特性等をかえて，電圧安定度にいかに関与を及ぼすかを調べる。モデル系統としては，1機1負荷系統を用いるが安定領域においては，縮小 Jacobian 行列がほぼ M 行列となることにより，1機系で得られる結論は，そのまま多機系にあてはめると考えてよい。

次に2機1負荷モデルによって，電源分布の変化が電圧安定度にいかに関与するかを調べる。また通常負荷電圧を規定値に保つために電力用コンデンサの入切が行われる。従って，電圧低下現象が生じて，電力用コンデンサの投入は行われるわけであるが，これがその後の負荷電圧のふるまいにいかに関与を及ぼすかについてデジタルシミュレーションで検討を加える。

最後に調相設備を用いて，電圧安定度向上を図るときに，調相設備の具備すべき条件について考察する。

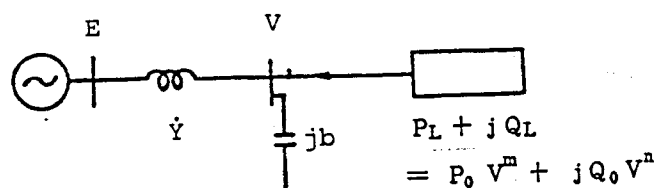
4.2 系統定数の電圧安定度に及ぼす影響

電圧安定領域においては，縮小 Jacobian 行列 G'_{NL} がほぼ M 行列となることにより，安定領域における負荷電圧の軌跡は，多機系でも1機1負荷系統と変らぬことが分った。そのためここでは，第2章で用いた第4.1図の系統を用いて，各種の系統定数を変えてそれが電圧安定度にいかに関与するかを調べる。ここで得られる結果は，多機系統に対しても成立すると考えられる。

第4.1表に検討したケースを示す。各ケースともパラメータを変えて安定限界における E ， V がいかに関与するかを調べた。各ケースにおける基準の運転条件は第2.7節の例1と同じで，

$$\left. \begin{aligned} 1/\dot{Y} &= 0.1 + j0.4 \text{ (p.u.)} \\ b &= 0.2636 \text{ (p.u.)} \\ P_0 &= 0.3213 \text{ (p.u.)}, \quad Q_0 = 0.159 \text{ (p.u.)} \\ m = n &= 0 \quad (\text{定電力特性}) \\ E = V &= 1.0 \text{ (p.u.)} \end{aligned} \right\} \text{----- (4.1)}$$

とした。また安定限界は，



第 4.1 図 モデル系統

第 4.1 表 検討ケース

ケース	\dot{Y}	b	P_0, Q_0	m, n	E, V
1	可 変	E, V が 1 p.u. と な る よ う に 指 定 (a) b : 定 数 (b) $\frac{\partial Q_b}{\partial V} = 0$	一 定	一 定	安定限界の E, V の 値 を 求 め る。
2	一 定	一 定 (a) (b)	一 定	可 変	"
3	"	E, V が 1 p.u. と な る よ う に 指 定 (a) (b)	可 変	一 定	"
4	"	可 変 (a) (b)	一 定	"	"

$$\left. \begin{aligned} f_Q(V, \theta, E) &= 0 \\ f_P(V, \theta, E) &= 0 \\ \frac{\partial f_Q}{\partial V} \cdot \frac{\partial f_P}{\partial \theta} - \frac{\partial f_Q}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial f_P}{\partial V} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{-----} (4.2)$$

を Newton-Raphson 法により解いて求めた。

< ケース 1 >

$$\Delta(1/\dot{Y}) = 0.04 + j0.16$$

として、インピーダンスを順次ふやしていった安定限界の軌跡を求めた。これは、送電距離を順次長くしていったときに対応している。電源電圧と、負荷電圧は、通常 1 p.u. 付近に設定されるので、 \dot{Y} を変化させたとき、負荷電圧が 1 p.u. となるように、負荷点の調相容量の値を設定した。調相設備としては通常の電力用コンデンサ（即ち b : 一定）と、電圧に関係なく一定の無効電力を供給する装置（これは、同期調相機あるいは後で述べる非線形の調相装置で実現できる。）とを考えた。以下のケースでもこの 2つの場合を考える。

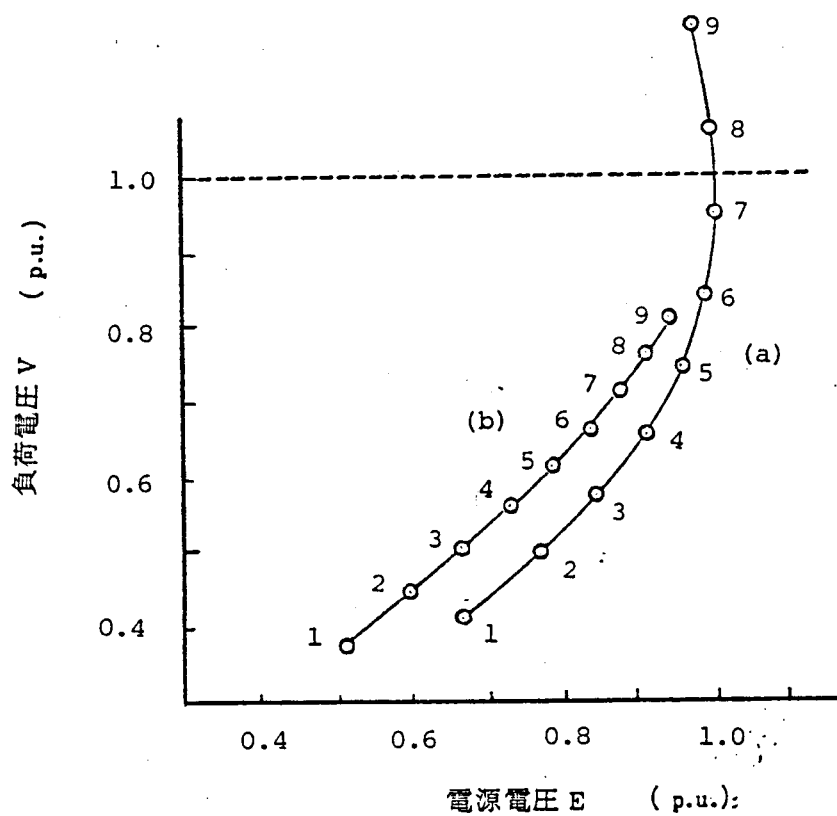
$E = V = 1$ p.u. となるように調相容量の値を設定したことで、1機1負荷系統の $E-V$ 曲線の形とより、安定限界値に対する $E-V$ 曲線の軌跡は、 $E = 1.0$ p.u. を漸近線としてもつことが分かる。また安定限界値の V の値が 1 p.u. を越えれば、 $E = V = 1$ p.u. の点は不安定点となり、この条件下では、安定送電が不可能となる。

第 4.2 図は、上式のように \dot{Y} を変化させたときの安定限界値に対する $E-V$ 曲線を示している。図中の (a), (b) は、第 4.1 表中のサセプタンス b の電圧特性を表わす (a), (b) に対応しており、また、(a), (b) の同じ番号の点が、等しい線路インピーダンスに対する安定限界点を示している。番号 i に対して線路インピーダンス Z_i は、

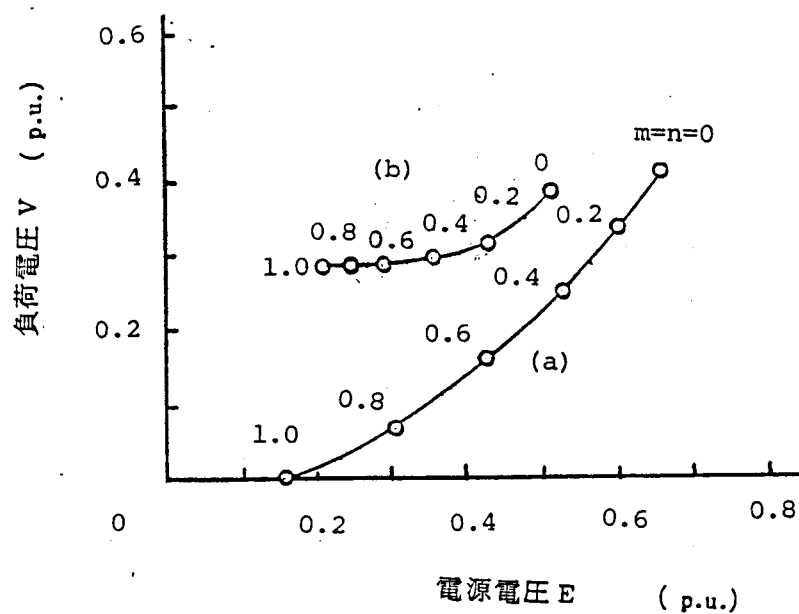
$$Z_i = 0.1 + j0.4 + (i-1) \{ 0.04 + j0.16 \}$$

となっている。電力用コンデンサに比べて、一定の無効電力を供給する装置にすれば、安定領域が拡大する様子を、よく示している。 $Z_0 = 0.38 + j1.52$ のとき、電力用コンデンサでは、安定送電が行えないが、一定の無効電力を供給する装置では可能であり、 Z_0 でも可能となっている。このことは、電圧が低下すれば、電力用コンデンサでは、供給する無効電力も低下するため、電圧を維持する能力が下がることから分る。

また第 4.2 図は送電線の長距離化が、電圧安定度の低下を招くことを示しており、この上からも系統計画段階において、送電ルートを選定、回線数の選定には、十分な注意を払



第 4.2 図 \dot{Y} を変えたときの安定限界 (E, V) の軌跡 (ケース 1)



第 4.3 図 負荷の電圧特性 (m, n) を変えたときの安定限界 (E, V) の軌跡 (ケース 2)

うことが必要であろう。長距離送電線に、直列コンデンサを設置して、過渡安定度を改善することが試みられているが、直列コンデンサにより、リアクタンスが減少するため、電圧安定度も改善される。しかしながら直列コンデンサ補償により、商用周波数より低い周波数の振動が発生する場合があります、甚しい場合には発電機の軸破損事故が米国の Mohave²⁵⁾ 発電所で発生しており、直列コンデンサを設置するには、この低周波の振動や軸ねじれ現象を抑制する手段を講じておくことが必要となる。

< ケース 2 >

負荷特性 m, n を 0 から同時に 0.2 ずつふやしていった時の、安定限界値の E と V を図示したのが第 4.3 図である。調相装置の特性が (a) のときは、安定限界値の E, V の値は、 m, n がふえるに従って単調に低下しており、負荷特性 m, n が小さくなければ、電圧安定度も低下することが言える。(b) の特性の場合、 $m = n = 0$ から $m = n = 0.9$ までは、安定限界における E の値は (a) の時より低く、安定領域は、拡大している。しかし $m = n = 1$ のときは、(a) の方が E の値が小さくなっている。これは安定限界における相差角を見ると、(b) で $m = n = 1$ のとき $|\theta| = 82.14^\circ$ となっており、 $\tan^{-1}(-R/Q) = \tan^{-1}4 = 75.97^\circ$ 、で (2.15) 式の条件を満足しておらず、この点は定態安定度限界であることがわかる。また (b) の場合、一定の進相無効電力を供給しているため、負荷特性 m, n をふやしても E, V の値は、それほど低下していない。(b) は (a) と比して、 $m = n = 0.2$ より大きい値では、 V の値は高くなっている。これより、 $m = n = 0.2$ より大きい値では、(a) の方が安定領域が広いと見るのは正しくない。というのも V は従属変数であり、独立変数である E によって比較するべきものであるからである。

< ケース 3 >

負荷を

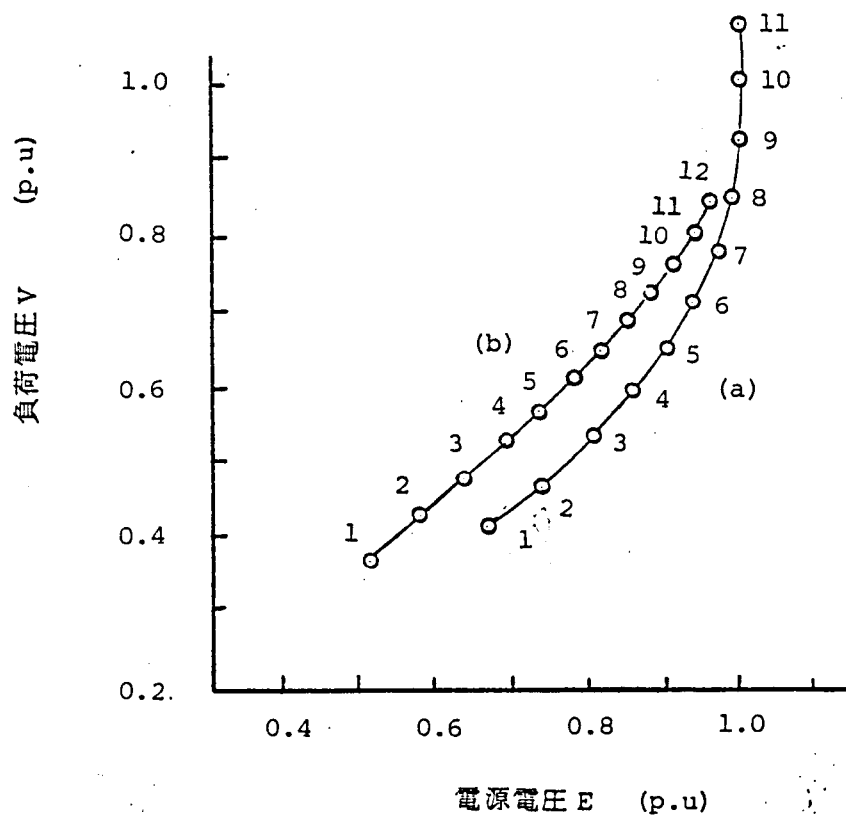
$$\Delta P_0 = 0.1, \quad \Delta Q_0 = 0.1 Q/P$$

ずつふやしていった安定限界における E, V の軌跡を示したのが第 4.4 図である。この図は、線路リアクタンスをふやしていった第 4.2 図とほぼ同じ形をしている。送電電力の増大が電圧安定度の低下をもたらすことを示しており、図中の数字 i は、負荷が

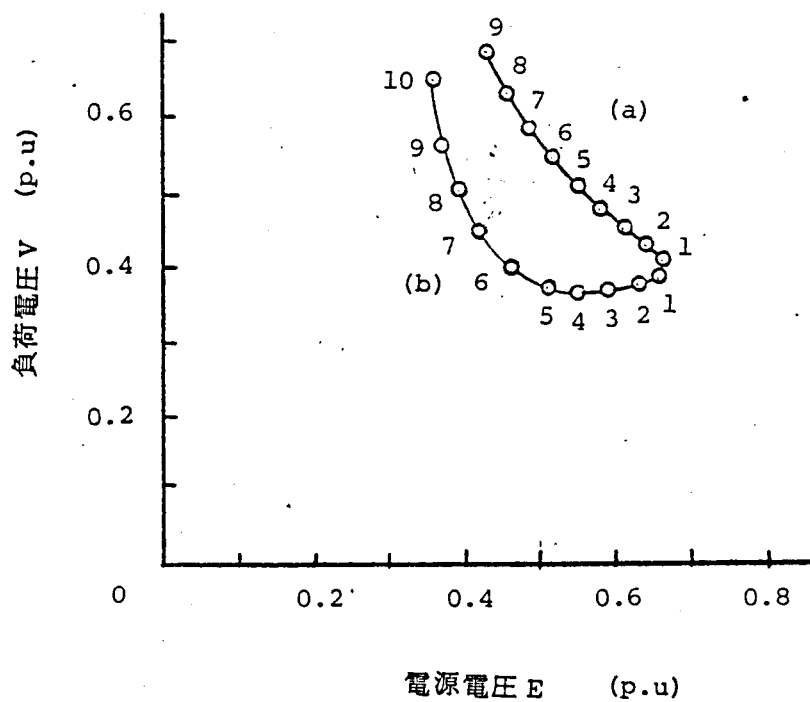
$$P_0(i) = 0.3213 + 0.1(i-1) \text{ p.u.}$$

$$Q_0(i) = 0.159 + 0.0495(i-1) \text{ p.u.}$$

の点を示している。(a) では、 $P_0(i_0) + jQ_0(i_0) = 1.2213 + j0.6045$ 以上に達すると安定に電力を供給できないことを示しているが、(b) では $P_0(i_2) + jQ_0(i_2) = 1.4213 + j0.7035$ で



第 4.4 図 負荷の消費電力 (P_0, Q_0) を変化させたときの安定限界 (E, V) の軌跡 (ケース 3)



第 4.5 図 進相容量投入に伴う安定限界 (E, V) の軌跡 (ケース 4)

も送電が可能となっており，(b)の方が安定領域が拡大している。

< ケース 4 >

第 4.5 図は，コンデンサを投入していった時の，安定限界における E ， V の軌跡を示す。図中の(a)に対する数字 i は，調相容量のサセプタンス値 b_i が

$$b_i = 0.2636 + 0.1(i-1)$$

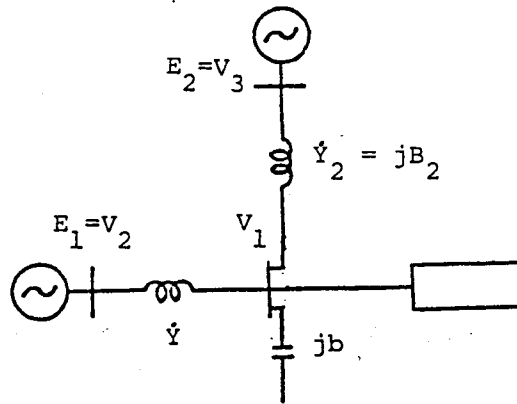
であることを示している。今までの例とちがい，(a)の点に対応する(b)の点の調相容量の値は，(a)の安定限界で電力用コンデンサが供給している無効電力 $-b_i V^2$ に設定してある。このとき E ， V とも(b)の方が低下しており安定領域が拡大していることがわかる。(a)において電力用コンデンサを投入すれば，安定領域は拡大（限界値の E は低下）するが， V が上昇している。これに対して(b)の 1 から 3 の領域では， E ， V とも低下している。系統の長距離大容量化が進めば，負荷電圧を規定電圧に維持するために負荷点に多量の進相無効電力を供給する装置が必要となるが，電力用コンデンサを用いた場合，安定限界の E の値は低下するが V が上昇する。そのため実運用範囲内に，電圧安定限界が生じやすくなるのである。従って(b)の 1 から 3 の領域のように，進相無効電力をふやしたとき，安定限界の E ， V とも低下する特性をもつ調相装置を用いるのが，電圧安定度的には好ましいという事になる。

4.3 電源の分布の電圧安定度に及ぼす影響

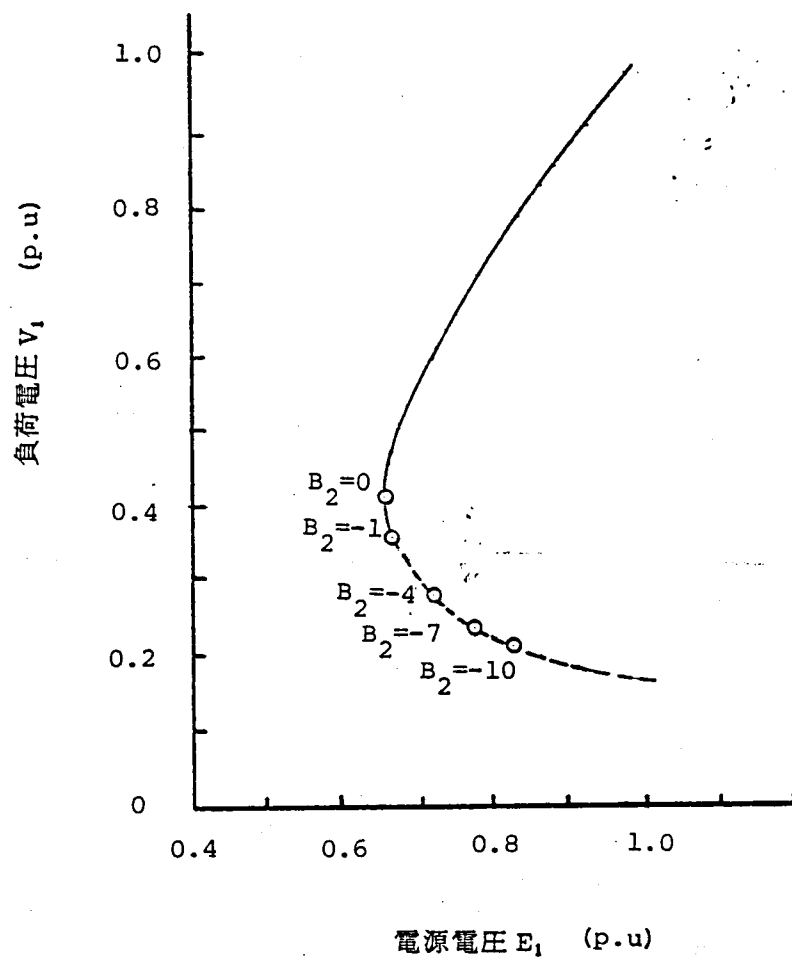
大容量の発電所が，遠隔地に建設されるに伴い都市近郊の小容量の発電所は，供給予備力化の傾向にあるが，これらの電源分布の変化が電圧安定性に及ぼす影響を，第 4.6 図のモデル系統で考察する。

1 機系と 2 機系で安定領域がいかにか違うかを見るため，図の G_2 が負荷点において供給する有効，無効電力とも 0 とし， G_2 の有効電力増分比も 0 とする。また $\dot{Y}_2 = jB_2$ とし，コンダクタンス分は無視して， B_2 を変化させて安定領域がいかにか変化するかを調べる。 $P_{12}=Q_{12}=0$ と $\dot{Y}_2 = jB_2$ の条件より $E_2=V_1$ となるように E_2 を変化させることになる。第 4.6 図の系統定数は，第 4.1 図と共通の部分は，(4.1) 式と同じで， $B_2 = -1.0$ から順次 -1.0 ずつ $B_2 = -10.0$ までへらしていった安定限界の E_1 ， V の値を求めた。これは，電源 G_2 が，負荷に近づいていくことに対応している。このときの安定限界の E_1 ， V_1 は，(4.2) 式に Newton-Raphson 法を適用する際

$$\frac{\partial}{\partial V_1} (B_2 E_2 V_1 - B_2 V_1^2)_{E_2=V_1} = -B_2 V_1$$



第 4.6 図 2 機 1 負荷系統



第 4.7 図 電源分布の変化に伴う安定限界 (E , V) の軌跡

の値を加えて、求めた。この妥当性については、4.5節で説明する。 $P_{13}=Q_{13}=0$ ， $E_2=V_1$ としてあるので、 E_1-V_1 の軌跡は、 G_2 ， \dot{Y}_2 を切離した1機系の場合と同じ軌跡を示し、第4.7図のようになる。図で $B_2=0$ の点が、1機系における安定限界である。これに対し、 B_2 を減らしていけば、安定限界は拡大して、1機系の不安定領域までのびており、 B_2 を減らしてゆくほど、安定領域は拡大している。有効、無効電力を供給しなくても負荷に近接して接続されているだけでも電圧安定度を高めており、この上からも都市近郊の小容量の発電所を供給予備力化していくことは電圧安定度的に好ましくないということがわかる。

また図の下側の領域で運転していて、 G_2 の電源脱落が起きれば第2.6節の模擬実験で示したように電圧不安定現象が発生することになる。

4.4 電力用コンデンサが電圧安定度に及ぼす影響

第2.6節における電圧不安定現象の模擬実験で、電力用コンデンサを早めに投入すれば、電圧不安定現象を抑制することが確かめられているが、ディジタルシミュレーションにより更に検討を加えよう。

第4.1図のモデル系統において $E=V=1$ p.u.で安定限界となるように系統条件を設定した。即ち

$$P_0 = 0.7373 \text{ (p.u.)}, Q_0 = 0.3216 \text{ (p.u.)}$$

$$1/\dot{Y} = 0.16 + j0.64 \text{ (p.u.) } b = 0.7545 \text{ (p.u.)}$$

$$m = n = 0$$

$$E = V = 1.0 \text{ p.u.}$$

電源電圧を0.005 p.u.下げて、電圧不安定現象を起こして、Vのふるまいを、(1)電力用コンデンサを投入しないとき、(2)負荷電圧が2%低下したとき、0.012 p.u.の電力用コンデンサを投入する。(3)負荷電圧が3%低下したとき0.012 p.u.の電力用コンデンサを投入する、の3つの場合について図示したのが第4.8図である。このとき負荷の時間特性は、(2.23)式で与えられるとして、負荷の時定数は4秒とした。

(1)の場合0.7 p.u.まで負荷電圧が低下するのに110秒かかっている。(2)の場合は、電圧不安定現象は抑制され、電圧は上昇しているが、その上昇はきわめてゆっくりでほぼ500秒を要している。(3)の場合は、電圧は復旧しないがこのとき0.7 p.u.まで低下するのにほぼ350秒で、(1)のときの約3倍になっており、電力用コンデンサの投入で、電圧のふるまいは、さらに減速されることになる。早めに電力用コンデンサを投入することが、

不安定現象を抑制する1つの方法といえる。しかしながら、電圧不安定現象が発生したとき、電力用コンデンサを早めに投入することによりその抑制を図っても、根本的解決にはならない。というのは、過度の投入は、負荷電圧を規定値以上に高める結果となるので、多くの投入は行えず、またその量が小さければ、安定領域は広がらないからである。従って根本的対策のためには、調相装置を、電力用コンデンサから非線形の装置にかえる、あるいは、発電機の出力配分をかえてその負荷の近くの発電機出力を多くする等の対策が必要となる。

4.5 静止型非線形調相装置による電圧安定度向上法

第4.2節において、電圧安定度の観点からは、電力用コンデンサよりも、一定の無効電力を供給する装置の方がよいことを示したが、これを理論的に考察する。

安定領域においては、行列 G がほぼ M 行列となること、また同一の運転条件において調相設備の特性をかえたとき、行列 G の対角要素のみが変化すること、また行列 G の行和あるいは列和が小さくなると電圧安定度が悪くなることにより調相設備が供給する無効電力を Q_b 、その点の負荷電圧を V とすると、

$$\partial Q_b / \partial V \rightarrow \text{大} (> 0)$$

となるほど、電圧安定度が向上する。ここで電力用コンデンサでは、サセプタンスを b とすると、 $Q_b = -bV^2$ となるので、

$$\partial Q_{bi} / \partial V_i = -2b_i V_i < 0 \quad \text{-----} (4.3)$$

となり、電圧安定度的にはきわめて好ましくない特性を有しており、電力用コンデンサが多量に投入されればされるほど、電圧安定度は悪くなることがわかる。したがって調相設備により電圧安定度を向上させるには、 $Q_{bi} < 0$ で $\partial Q_{bi} / \partial V_i > 0$ となる非線形の調相設備、例えば同期調相機あるいは、コンデンサと非線形リアクトルとを組合せた静止形の調相装置を用いる必要がある。

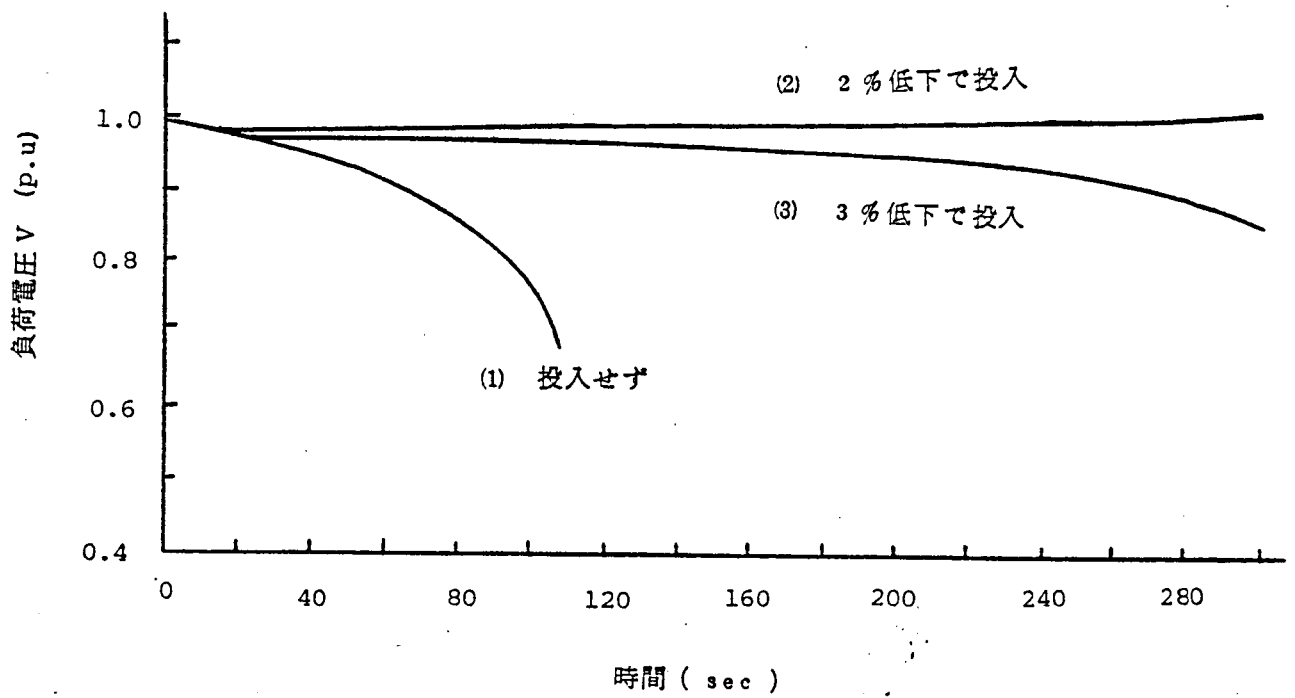
ここで同期調相機の電圧安定度に及ぼす影響を考える。同期調相機の $Q_b - V$ 特性は、制御方式により次の3つの場合が考えられる。

(I) Q_b : 一定

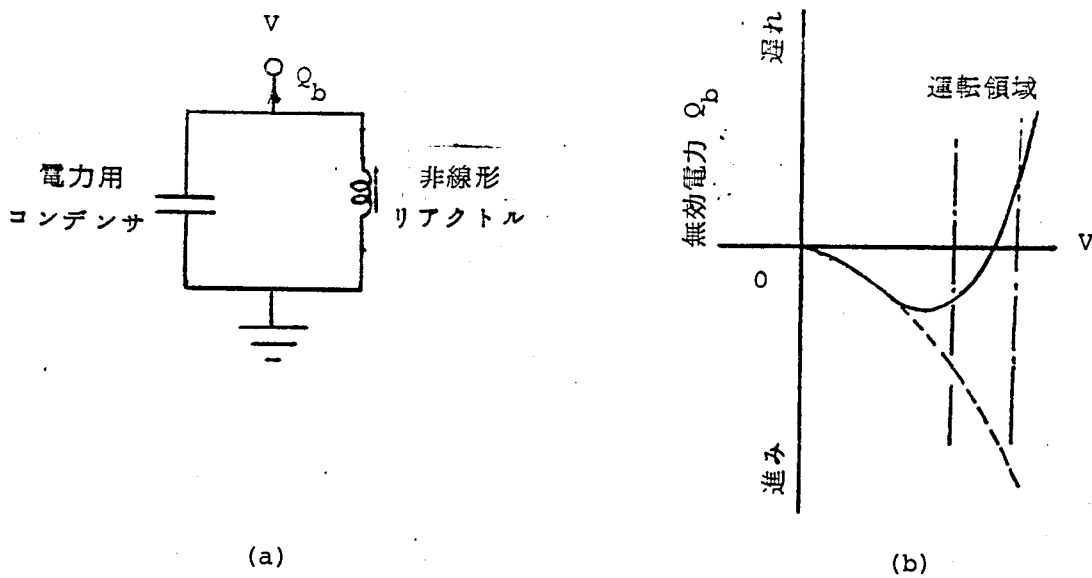
(II) $Q_b = bEV - bV^2$ ($b = -1/x_d$, x_d : 直軸リアクタンス, E : 内部誘起電圧) : 定励磁方式

(III) V : 一定

(I) \rightarrow (II) \rightarrow (III) となるに従い $\partial Q_b / \partial V$ がふえるため、この順で電圧安定度が向上する。



第 4.8 図 電圧低下中の調相容量投入の効果



第 4.9 図 非線形リアクトルと電力用コンデンサを組合せた調相装置

(I)の場合、 $\partial Q_b / \partial V = 0$ の特性を有する静止形の調相設備におきかえても電圧安定度的には同等の意味をもつ。(II)の場合、同期調相機を有効電力出力0，有効電力増分比0の電源モデルにおきかえることができるが，この場合も Q_b ， $\partial Q_b / \partial V$ の値がともに等しい静止形の調相設備と電圧安定度的には等価な意味をもつことが以下のように示される。

ノードに同期調相機を接続したとし，同期調相機の直軸リアクタンス x_d の背後にノードを設け，ノード番号を $N+M$ とし，ノード $N+M$ に有効電力出力0，有効電力増分比0の電源が接続されているとし，基準ノードの番号は $N+M+1$ とする。このとき

$$Q_{1,N+M} = -b(V_1^2 - V_1 E_M \cos(\theta_1 - \theta_{N+M}))$$

$$P_{1,N+M} = -b V_1 E_M \sin(\theta_1 - \theta_{N+M})$$

$$\theta_1 = \theta_{N+M}$$

となる。同期調相機のかわりに $Q_{1,N+M}$ ， $\partial Q_{1,N+M} / \partial V_1$ と同じ値をもつ静止形調相器を用いたときの縮小ヤコビアン行列を $G = F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ とすると，同期調相機を用いたときの縮小ヤコビアン行列 G' は， $G' = F_1 - A'_1 A_2'^{-1} F_2'$ となる。ただし，

$$A'_1 = [A_1 \mid 0], \quad 0: N \text{ 次の列ベクトル}, \quad F'_2 = \begin{bmatrix} F_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 0: N \text{ 次の行ベクトル}$$

$$A'_2 = \begin{bmatrix} A_2'' & a_1 \\ \hline a_1^T & a_{11} \end{bmatrix}, \quad A_2'' = A_2 + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad a_1^T = [-a_{11}, 0, \cdots, 0]$$

a_1 : $N+M-1$ 次の列ベクトル

a_{11} : $-b V_1 E_M$

逆行列に関する公式

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -B_{22}^{-1} B_{21} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (B_{11} - B_{12} B_{22}^{-1} B_{21})^{-1} & 0 \\ 0 & B_{22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -B_{12} B_{22}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

を $A_2'^{-1}$ に適用すると

$$A_2'^{-1} = \begin{bmatrix} A_2'' & a_1 \\ \hline a_1^T & a_{11} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \hline 10 \cdots 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & 0 \\ \hline 0 \cdots 0 & 1/a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 1 \\ \hline 0 \cdots 0 & 1 \end{bmatrix}$$

したがって

$$A'_1 A_2'^{-1} F'_2 = A_1 A_2^{-1} F_2 \quad \text{-----} (4.4)$$

となり $G = G'$ となる。よって同期調相機を一定励磁で運転する場合 $Q_{1,N+M} / \partial V_1$ に等し

い値をもつ静止形の調相器でおきかえても電圧安定度的には、変わらないことが示せた。

調相器により電圧安定度の向上をはかる場合、縮小 Jacobian 行列の対応する対角要素のみしか大きくならず、この意味からも電圧安定度に及ぼす影響は、局所的であることがわかる。

電圧安定度余裕の指標として、(3.61) 式の r を用いることを提案したが、ノード i に調相設備により安定度向上策を施したとき、 r の値が、 $r' = \det G_{NL}' / \det G_{LL}'$ となったとき、 $r' > r$ となれば安定度余裕の指標としての有効性が例証されることになる。

ここで G_{NL}' 、 G_{LL}' の i 番目の対角要素が α だけふえたとすると

$$\begin{aligned} r' &= \frac{\det G_{NL}'}{\det G_{LL}'} = \frac{\det G_{NL}' + \alpha \det (G_{NL}')_i}{\det G_{LL}' + \alpha \det (G_{LL}')_i} \quad (\det G_i \text{ は行列 } G \text{ の } i \text{ 行 } i \text{ 列} \\ &\quad \text{を除いた行列式とする。}) \\ &= r \frac{1 + \alpha \frac{\det (G_{NL}')_i}{\det G_{NL}'}}{1 + \alpha \frac{\det (G_{LL}')_i}{\det G_{LL}'}} \quad \dots\dots\dots (4.5) \end{aligned}$$

ここで、 $\det (G)_i / \det G$ は G^{-1} の i 番目の対角要素であり、ほぼ $G_{LL}' \geq G_{NL}'$ (対応するすべての要素について成立) と考えられるので、第 3.2 節の定理 2 よりほぼ $G_{NL}'^{-1} \geq G_{LL}'^{-1}$ が成立すると考えられ、 $r' > r$ が成立することがわかる。

次に第 3.9 図のモデル系統で負荷特性を第 3.16 表のケース A-7 の条件で調相器の電圧特性を変化させたときに電圧安定度に及ぼす影響を検討した。第 4.2 表に検討ケースを示す。ケース 4 では、ノード 1, 3, 4, 5, 7, 10 に接続した同期調相機の直軸リアクタンスは 0.5 p.u. それ以外を 1.0 p.u. とした。また、ケース 3 のノード 3 に接続された同期調相機の直軸リアクタンスは 0.5 p.u. とした。このとき第 4.3, 4.4 表に行列 G_{NL}' の列和、行和をまた第 4.5 表に $\det G_{LL}'$ 、 r の値を示す。第 4.3 表においてノード 6, 12 ~ 22 は、負荷が接続されていないため行列 G_{NL}' の列和、行和はかわらない。またケース 3 はケース 1 に比べてノード 3 の列和 (行和) が向上するだけで同期調相機による電圧安定度の向上効果も局所的であることを示している。また第 4.5 表において r の値はケース 1 < ケース 2 < ケース 4、ケース 1 < ケース 3 となっており第 3.6 節の考察が正しいことを示している。

* 第 4.3 節で $P_{13}=Q_{13}=0$ で有効電力増分比 0 の発電機を単なる無効電力供給源として扱ったものもこの理由からである。

第 4.2 表 検討ケース

	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4
調相設備	電力用 コンデンサ	同期調相機 $\frac{\partial Q_{bi}}{\partial V_i} = 0$ $i=1, \dots, 11$	ノード 3 同期調相機それ以外は電力コンデンサ	同期調相機 (定励磁)

第 4.5 表 $\det G_{L,L}$, $\det G_{N,L}$ および r

	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4
$\det G_{L,L}$	236. $\times 10^{32}$	5.69 $\times 10^{33}$	273 $\times 10^{33}$	1.51 $\times 10^{34}$
$\det G_{N,L}$	5.62 $\times 10^{32}$	1.73 $\times 10^{33}$	7.04 $\times 10^{32}$	5.37 $\times 10^{33}$
r	0.238	0.304	0.255	0.356

第 4.3 表 行列 $G_{N,L}$ の列和

ノード	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4	ノード	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4
1	-0.83	0.76	-0.83	1.96	12	-1.53	-1.53	-1.53	-1.53
2	0.80	1.42	0.80	2.11	13	34.28	34.28	34.28	34.28
3	-0.09	1.97	2.94	2.94	14	14.29	14.29	14.29	14.29
4	0.63	1.99	0.63	3.31	15	-1.79	-1.79	-1.79	-1.79
5	-0.97	0.12	-0.97	1.57	16	65.31	65.31	65.31	65.31
6	-1.14	-1.14	-1.14	-1.14	17	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58
7	-1.28	0.03	-1.28	1.38	18	17.60	17.60	17.60	17.60
8	-0.18	-0.05	-0.18	0.38	19	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41
9	0.49	0.59	0.49	1.54	20	-4.03	-4.03	-4.03	-4.03
10	-0.35	0.27	-0.35	1.71	21	-1.82	-1.82	-1.82	-1.82
11	7.10	7.55	7.10	8.33	22	-1.30	-1.30	-1.30	-1.30

第 4.4 表 行列 $G_{N,L}$ の行和

ノード	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4	ノード	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4
1	-1.35	0.25	-1.35	1.45	12	-0.95	-0.95	-0.95	-0.95
2	-0.19	0.43	-0.19	1.12	13	34.53	34.53	34.53	34.53
3	-1.47	0.59	1.56	1.56	14	14.79	14.79	14.79	14.79
4	-0.81	0.55	-0.81	1.87	15	-1.12	-1.12	-1.12	-1.12
5	-1.15	-0.07	-1.15	1.39	16	64.35	64.35	64.35	64.35
6	-0.72	-0.72	-0.72	-0.72	17	-1.03	-1.03	-1.03	-1.03
7	-1.33	-0.03	-1.33	1.32	18	17.80	17.80	17.80	17.80
8	-0.14	-0.01	-0.14	0.92	19	-0.92	-0.92	-0.92	-0.92
9	0.14	0.24	0.14	1.19	20	-2.61	-2.61	-2.61	-2.61
10	-1.03	0.08	-1.03	1.53	21	-1.19	-1.19	-1.19	-1.19
11	6.98	7.42	6.98	8.20	22	-0.85	-0.85	-0.85	-0.85

ここで、 $\partial Q_b / \partial V > 0$ で、進相無効電力を供給($Q_b < 0$)する装置としては例えば、第4.9図のような非線形リアクトルと電力用コンデンサを組合せた静止形の非線形の調相設備が考えられる。欧州では、長距離送電線の中に調相器を設けて、広相差角送電を行う試みがありこのような静止形の非線形の調相装置の研究が進められているが、これらの装置は、電圧安定度対策用としても有効である。同期調相機と比較して、短絡容量の面、保守の面等から有利である。

4.6 考 察

電圧安定度を悪くする系統条件を列举すると、

- (1) 長距離送電化
- (2) 負荷特性の定電力化、(誘導電動機の増加=冷房用のコンプレッサ等、負荷時電圧調整装置の作用)
- (3) 大容量送電化
- (4) 電圧維持のための大量の電力用コンデンサの設置
- (5) 都市近郊の小容量発電機の供給予備力化

(1)~(5)の条件は相互に関連をもちながら、電圧安定度に影響する。例えば、長距離大容量送電化すれば、負荷端において無効電力が不足するため、規定電圧に維持しようとするれば、大量の無効電力を供給する装置を必要とする等である。

電圧安定度を向上する方法としては、次のものが考えられる。

- (1) 送電線のリアクタンスを減らす=直列コンデンサの使用、回線数をふやす、送電ルートを選定等
- (2) 長距離送電線の中に、電圧維持の目的で、非線形の静止形の調相器を設置する、あるいは負荷点における電力用コンデンサを、非線形の静止型の調相器でおきかえる。

次に電圧不安定現象のオンライン防止法について考察する。電圧低下現象が発生したとき、早めに電力用コンデンサを投入すれば、電圧が回復する場合も有り得るが、これは、根本的対策とはなり得ない。実際上は、系統計画、運用計画段階で、電圧不安定現象が発生しないように、対策する事が不可欠であるが、オンラインで電圧不安定現象を防止する方法について考えてみよう。

電力系統の各所から送られてくる電力潮流のデータを基に、オンライン潮流計算を行い(3.61)式の r を計算し、 $r > r_0$ (> 0)かどうかをチェックする。電圧安定限界付近では、 r は、急速に0に近づくから、 r_0 としては例えば0.2程度の値にとる。 $r > r_0$ で

あれば電圧不安定現象が発生する危険はないが、 $r < r_0$ の場合は、その危険性があるので、行列 G_{NL} を計算し、行和（あるいは列和）の最小値に対応するノードを見つける。そのノードに対して安定度向上対策を施す。その例としては、発電機の出力配分をかえてそのノードの近くの発電機の出力を増加させる指令を出す。あるいは、そのノードの負荷を他に振り分ける等である。このようなオンライン監視は、実際には定常時には行う必要がなく、負荷の急増時、あるいは、発電機脱落、線路開放等の系統構成変化後に対して行えばよいのである。

第 5 章 電圧安定限界付近の電力潮流計算の初期値選定法

第5章 電圧安定限界付近の電力潮流計算の初期値選定法

5.1 概 要

電圧安定度が問題となるような系統において潮流計算を行うとき、負荷は、有効あるいは無効電力の値を指定（以下、P-Q指定と略す）あるいは、有効電力と電圧の値を指定（以下、P-V指定と略す）するため、実際の負荷の電圧特性よりきびしい条件（定電力特性）となり、安定限界における各負荷電圧の値は、更に上昇する。そのため、不安定側の平衡解（電圧値の小さい解）が安定側の平衡解に極めて近い値となる場合が生じ、潮流計算の初期値の選定を誤れば、安定側の平衡解が存在するのに収束しない、あるいは不安定平衡解が求まる可能性も生まれてくる。Venikov氏もこの点について文献(4)でふれており、Newton-Raphson法で得られる修正量よりも小さい修正を繰返し計算の各段階で加えることにより、安定解を求める方法を提案している。

本章ではまず潮流計算における解の非一意性について考察し、ついで、極座標表示及び複素表示のときに安定解を得るための初期値選定法について理論的に検討し、両者の収束特性の差異を明らかにする。さらに潮流計算により理論解析の妥当性を検証する。²⁷⁾²⁸⁾

5.2 潮流計算における解の非一意性

系統のノード数を $N+M$ とし、そのうち M 個は発電機ノード（P-V指定ノード）とする。ノード1～ N を負荷ノードに、また、ノード $N+1$ 、---、 $N+M$ を発電機ノードにし、ノード $N+M$ をスラックノードとする。負荷ノードは、すべてP-Q指定ノードとすると、潮流解は次式を解くことにより得られる。

$$f_{Q,i} = Q_i + Q_{bi} + \sum_{k \in S_i} Q_{ik} = 0 \quad i=1, \dots, N \quad \text{-----} (5.1)$$

$$f_{P,i} = P_i + \sum_{k \in S_i} P_{ik} = 0 \quad i=1, \dots, N+M-1 \quad \text{-----} (5.2)$$

但し

$$\begin{aligned} Q_{bi} &= -b_i V_i^2 \\ Q_{ik} &= -B_{ik} V_i^2 + B_{ik} V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k) \\ &\quad - G_{ik} V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k) \\ &= -B_{ik} V_i^2 - Y_{ik} V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \\ P_{ik} &= -B_{ik} V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k) + G_{ik} \{ V_i^2 \\ &\quad - V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k) \} \\ &= G_{ik} V_i^2 + Y_{ik} V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \\ \varphi_{ik} &= \tan^{-1}(-G_{ik}/B_{ik}) \\ (0 \leq \varphi_{ik} < \pi/2) \\ Y_{ik} &= \sqrt{B_{ik}^2 + G_{ik}^2} \end{aligned}$$

で, S_i : ノード i に接続するノード番号の集合, $P_i, Q_i, i=1, \dots, N$; 負荷の消費する有効あるいは無効電力, $P_{i+N}, i=1, \dots, M-1$; 発電機出力に負の符号を付けたもの, Q_{bi} ; 負荷点の調相容量の供給する無効電力, P_{ik}, Q_{ik} ; ノード i においてノード i から k に流れる有効あるいは無効電力, b_i ; ノード i における調相容量のサセプタンス, θ_i ; ノード $N+M$ を基準にしたノード i の位相, G_{ik}, B_{ik} ; ノード i, k を結ぶ線路のアドミッタンスである。

(5.1), (5.2) 式によって潮流解が求まったとして, 負荷あるいは発電機出力を微小変化させたときの電圧及び位相角の微小変化分は次式を解くことによって得られる。

$$F \begin{bmatrix} dV \\ d\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & A_1 \\ F_2 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV \\ d\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} dQ \\ dP \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

但し

F : $(2N+M-1) \times (2N+M-1)$ 次行列

$F_1 = (\partial f_{Q,i} / \partial V_j) : N \times N$ 次行列

$A_1 = (\partial f_{Q,i} / \partial \theta_j) : N \times J$ 次行列

$F_2 = (\partial f_{P,i} / \partial V_j) : J \times N$ 次行列

$A_2 = (\partial f_{P,i} / \partial \theta_j) : J \times J$ 次行列

$dV = (dV_1, \dots, dV_N)^T, d\theta = (d\theta_1, \dots, d\theta_J)^T$

$dQ = (dQ_1, \dots, dQ_N)^T, dP = (dP_1, \dots, dP_J)^T$

$J = N + M - 1$

ここで, 系統から発電機ノード及びそれに接続している送電線を除去したとき, 系統が分離される場合には, そのノードをスラックノードとして選べば, 系統を2つに分離して潮流計算が行える。そのためここでは発電機ノードを除外しても系統は分離しないことを仮定する。このとき F_1, A_2 とも既約行列となる。

5.2.1 負荷ノードがすべて $P-V$ 指定のとき

負荷ノードのうちで負荷の接続されていないものはないと仮定するとこのときの位相角の値は(5.2)式を解くことによって得られる。又ある潮流解に対して, 負荷又は発電機出力を微小変化させたときの位相の変化分は,

$$A_2 d\theta = -dP \quad (5.4)$$

を解くことにより得られる。ここで線路で結ばれている任意のノード i, j 間の位相差が

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \pi/2 - \varphi_{ij} \quad (5.5)$$

を満たしているとするとき、 A_2 の非対角要素は負又は 0 で、ノード $N+M$ に送電線を介して結ばれているノードに対応する A_2 の行和は正でそれ以外は 0 であるので、 A_2 は既約優対角 M 行列となる。(5.5) 式の条件が満たされないと定常安定度の面から運転不能となるので、求める解は、(5.5) 式を満たしている必要がある。このとき (5.4) 式において、負荷を微小量ふやせば、 $d\theta < 0$ で、発電機出力をふやせば、 $d\theta > 0$ となる。(但し $d\theta < 0$ とは、 $d\theta$ の要素のすべてが負であることを意味するものとする。)

解が求まらなくなる限界は $\det A_2 = 0$ となるときで、それは、ある送電線が送電限界、即ち (5.5) 式を満足しなくなるために生じる。又、解が存在する場合、解の一意性は、次のようにしてわかる。

解が 2 つ存在したとする。簡単のために送電線の抵抗分を無視する。この 2 つの解に対して、負荷及び発電量を徐々に減らしてゆき 0 に近づけると、(5.4) 式に従って位相角の絶対値は減少してゆくが、(5.5) 式が満たされているため、 A_2 は M 行列であることにかわりなくまたすべての負荷電圧の対応する 2 つの軌跡は同一の負荷、発電量の条件下で交わることはない。よって $P_i = 0$ ($i = 1, \dots, N+M-1$) の極限では、一方の解は $\theta = 0$ となるが他方の解は $\theta \neq 0$ となる。しかしながら明らかに (5.5) 式を満足して、 $\theta \neq 0$ となる解は存在しない。よって (5.5) 式を満たす解は一意に定まる。

負荷ノードに負荷の接続されていないノードがあるとき、そのノードは、 $P = Q = 0$ の $P-Q$ 指定ノードとなるが、このときについては 5.3.2 節で考察する。

5.2.2 負荷ノードがすべて $P-Q$ 指定のとき

P 、 Q の設定値の微小変化に対して、電圧、位相の変化分を調べる。(5.5) 式を満たす解に対して、 $\det A_2 \neq 0$ であるから、(5.3) 式より、

$$d\theta = -A_2^{-1} F_2 dV - A_2^{-1} dP$$

(5.3) 式の最初の式に代入して、

$$(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2) dV = -dQ + A_1 A_2^{-1} dP \quad \text{----- (5.6)}$$

同様に $\det F_1 \neq 0$ とすれば

$$(A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1) d\theta = -dP + F_2 F_1^{-1} dQ \quad \text{----- (5.7)}$$

(5.7) 式において $dQ = 0$ として (5.4) 式と比較すれば、(5.7) 式では、 $-F_2 F_1^{-1} A_1$ が左辺の係数行列に加わっている。(5.5) 式の条件下で、 A_2 は M 行列となるが、 $A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1$ は必ずしも M 行列とは言えない。それは A_2 の 0 の非対角要素に対応する $-F_2 F_1^{-1} A_1$ の要素が正となりうるからである。しかし、 $A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1$ の正の非対角要

素が、負の非対角要素の絶対値に比べて小さく、左上隅主座小行列式がすべて正となっていれば、行列の連続性により、その逆行列の要素は、(ほとんど)すべて正となることが言える。以下この条件を満たすとき、“ほぼM行列”の条件を満たしていると言うことにする。

軽負荷の条件では(5.6)、(5.7)式の左辺の係数行列において、 $A_1 A_2^{-1} F_2$ 及び $F_2 F_1^{-1} A_1$ の影響が小さいので、 $A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1$ はほぼM行列になり、又、 $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ に関しても、電圧安定性の観点からほぼM行列になると考えられる。負荷を順次ふやして重負荷の条件に設定したとき、解が求まらなくなる限界は、 $\det F = 0$ となるときである。このとき位相が(5.5)式を満たす領域内で限界が生じ得る。そのときは $\det F = 0$ は、 $\det(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2) = 0$ と ($\det F_1 \neq 0$ ならば $\det(A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1) = 0$ とも) 等価となる。ここでM行列の主座小行列式が正という条件のうち、行列式が正という条件が最もくずれやすい条件(3.2節定理5)であるため、解が存在するかぎり、 $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ 、 $A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1$ ともほぼM行列となる解が存在する。電圧安定度の観点からして我々が求めるべき解は、上記の条件を満たす解でこれを仮りに安定解と呼び上記の条件を満たさぬ解を不安定解と呼ぶことにする。このとき安定な解において(5.6)式より、 $dP=0$ 、 $dQ>0$ とすれば、ほぼ $dV<0$ (ほとんどすべての負荷ノードの電圧が減少する) となる。又(5.7)式より、 $dQ=0$ として負荷を増加すれば、ほぼ $d\theta<0$ 、発電機出力をふやせば、ほぼ $d\theta>0$ となる。このとき V_i ($i=1, \dots, N$) と Q_j ($j=1, \dots, N$) の軌跡、及び θ_i ($i=1, \dots, J$) と P_j ($j=1, \dots, N$) の軌跡の概形を第5.1図、第5.2図に示す。

重負荷の条件に設定したため、解の求まらなくなる限界における電圧の値が、実運用の領域に近ずくと、安定解の近くに不安定解が存在する場合も生じ、不安定解における位相も(5.5)式を満たしていることが起こり得る。そのため求めた解が(5.5)式を満たしているとしても安定解であるとの保証はなく、初期値の選定には、十分の注意を払う必要が生じてくる。

5.3 極座標表示のときの潮流計算の初期値選定法

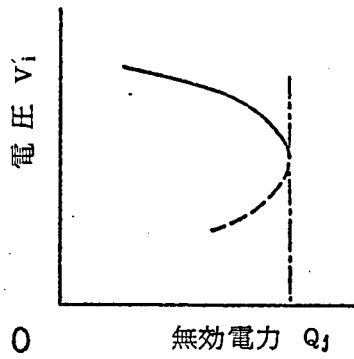
電力潮流平衡式を極座標表示したとき与えられた条件下で最も電圧値の高い解を求めるための潮流計算の初期値選定法について考察する。

5.3.1 負荷ノードがすべてP-Q指定のとき

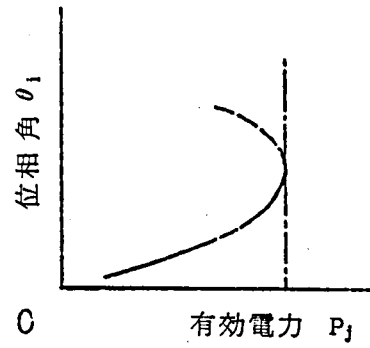
(5.1)、(5.2)式の $f_{Q,i}$ 、 $f_{P,i}$ を V_i で割ったものを $g_{Q,i}$ 、 $g_{P,i}$ とする。即ち、

$$g_{Q,i} = f_{Q,i}/V_i = 0 \quad i=1, \dots, N \quad \text{----- (5.8)}$$

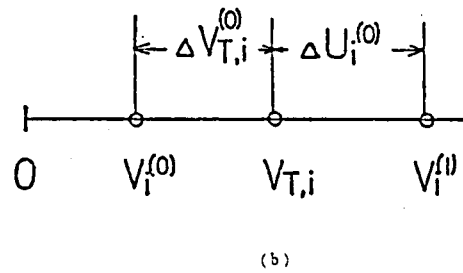
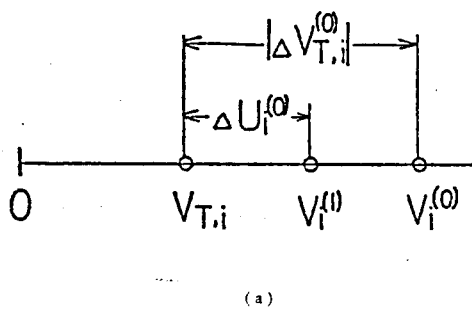
$$g_{P,i} = f_{P,i}/V_i = 0 \quad i=1, \dots, J \quad \text{----- (5.9)}$$



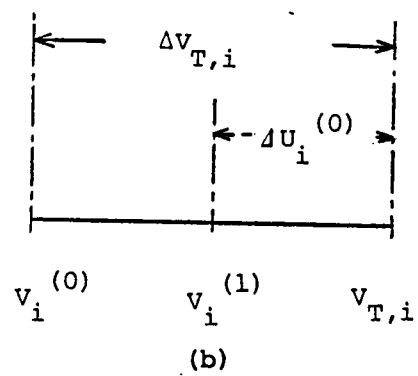
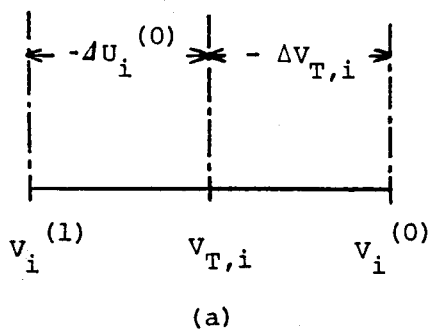
第 5.1 図 V_i と Q_i の軌跡



第 5.2 図 θ_i と P_i の軌跡



第 5.3 図 $V_T, V^{(1)}, V^{(0)}$ の i 番目の要素の位置関係



第 5.4 図 $V_T, V^{(0)}, V^{(1)}$ の i 番目の要素の位置関係

(5.8), (5.9)式に対してNewton-Raphson法を適用すると,

$$\begin{aligned} V^{(n+1)} &= V^{(n)} + \Delta V^{(n)}, \quad \theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + \Delta \theta^{(n)} \\ F^{(n)} \begin{bmatrix} \Delta V^{(n)} \\ \Delta \theta^{(n)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_1^{(n)} & A_1^{(n)} \\ F_2^{(n)} & A_2^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V^{(n)} \\ \Delta \theta^{(n)} \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} g_Q^{(n)} \\ g_P^{(n)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5.10) \end{aligned}$$

但し, 添字 n は n 回目の繰り返しを示すとし, F_1 などは, (5.3)式の F_1 などに対応しその要素は, 次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \partial g_{Q,i} / \partial V_i &= -Q_i / V_i^2 - \sum_{k \in S_i} B_{ik} - b_i \\ \partial g_{Q,i} / \partial V_k &= -Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \quad i \neq k \\ \partial g_{Q,i} / \partial \theta_i &= \sum_{k \in S_i} Y_{ik} V_k \sin(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \\ \partial g_{Q,i} / \partial \theta_k &= -Y_{ik} V_k \sin(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \quad i \neq k \\ \partial g_{P,i} / \partial V_i &= -P_i / V_i^2 + \sum_{k \in S_i} G_{ik} \\ \partial g_{P,i} / \partial V_k &= Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \quad i \neq k \\ \partial g_{P,i} / \partial \theta_i &= \sum_{k \in S_i} Y_{ik} V_k \cos(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \\ \partial g_{P,i} / \partial \theta_k &= -Y_{ik} V_k \cos(\theta_i - \theta_k - \varphi_{ik}) \quad i \neq k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.11)$$

(1) $\theta = 0$ のとき まず考察を容易にするために, $\theta = 0$ 従って $P = 0$ として (5.8) 式をNewton-Raphson法で解くことを考える。このとき (5.10)式に対応して,

$$\left. \begin{aligned} V^{(n+1)} &= V^{(n)} + \Delta V^{(n)} \\ F_1^{(n)} \Delta V^{(n)} &= -g_Q^{(n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.12)$$

となる。又, 真値を V_T とし, $\Delta V_T^{(n)}$ を n 回目の収束値 $V^{(n)}$ と $V_T^{(n)}$ の差とし

$$V_T = V^{(n)} + \Delta V_T^{(n)} \dots\dots\dots (5.13)$$

とし, $V^{(n)}$ の回りで $g_Q(V_T)$ をテイラー展開し, 2次の項で打切ると,

$$\begin{aligned} g_Q(V_T) &= 0 = g_Q(V^{(n)} + \Delta V_T^{(n)}) = g_Q(V^{(n)}) \\ &\quad + F_1(V^{(n)}) \Delta V_T^{(n)} + h(V_\xi^{(n)}, \Delta V_T^{(n)}) \dots\dots\dots (5.14) \end{aligned}$$

となる。但し, V_ξ は, 各要素が V と $V + \Delta V_T$ との対応する要素の値の間の値をとるものとし, h は N 次ベクトルで,

$$\begin{aligned} h(V, \Delta V_T) &= (Q_1 (\Delta V_{T,1})^2 / V_1^3, \dots, \\ &\quad Q_N (\Delta V_{T,N})^2 / V_N^3)^T \dots\dots\dots (5.15) \end{aligned}$$

とする。(5.12)式を(5.14)式に代入して

$$\Delta V^{(n)} = \Delta V_T^{(n)} + F_1(V^{(n)})^{-1} h(V_\xi^{(n)}, \Delta V_T^{(n)}) \dots\dots\dots (5.16)$$

(5.12)式の第1式に(5.13), (5.16)式を代入すると

$$V^{(n+1)} = V_T + F_1(V^{(n)})^{-1} h(V_\xi^{(n)}, \Delta V_T^{(n)}) \dots\dots\dots (5.17)$$

又, $g_Q(V^{(n+1)})$ を $V^{(n)}$ の回りでテイラー展開して 2 次の項で打切ると

$$g_Q(V^{(n+1)}) = g_Q(V^{(n)}) + F_1(V^{(n)}) \Delta V^{(n)} + h(V^{(n)}, \Delta V^{(n)}) = h(V^{(n)}, \Delta V^{(n)}) \quad (5.18)$$

但し, $V^{(n)}$ の各要素は, $V^{(n)}$ と $V^{(n+1)}$ との対応する要素の値の間の値をとるものとする。

ここで安定解においては, F_1 は M 行列となり, その限界は $\det F_1 = 0$ となることによつて生じる。次に負荷を $Q \geq 0$ としたとき, $F_1(V^{(0)})$ が M 行列となるように, 初期値 $V^{(0)}$ (> 0) を設定すれば, 安定解に収束することを示す。ここで

$$\Delta U^{(n)} = F_1(V^{(n)})^{-1} h(V^{(n)}, \Delta V^{(n)}) \quad (5.19)$$

とすると $\Delta U^{(n)}$ は, $F_1(V^{(n)})$ が M 行列のとき, (5.15) 式と $Q \geq 0$ の仮定により $\Delta U^{(n)} \geq 0$ で, (5.18) 式により $g_Q(V^{(n)}) \geq 0$ ($n \geq 1$) となる。 $F_1(V^{(0)})$ を M 行列に設定したとき, $\Delta U^{(0)} \geq 0$ となるので, (5.16) ~ (5.19) 式により, $V_T, V^{(0)}, V^{(1)}$ の i 番目の要素の位置関係は, 第 5.3 図(a), (b) の 2 つの場合が生じる。(a) の場合は, $g_Q(V^{(0)}) \geq 0$ とならないときであるが, いずれの場合も $V^{(1)}$ と V_T となり, $F_1(V^{(1)})$ も M 行列となる。又 $g_Q(V^{(n)}) \geq 0$ ($n \geq 1$) となるので, (5.12) 式より, $\Delta V^{(n)} < 0$ となり, 2 回目以降の収束計算では, 第 5.3 図(b) の場合のみが生じしかも,

$$V_T \leq V^{(n+1)} \leq V^{(n)} \quad n \geq 1$$

となるので, 2 回目以降単調に安定解に収束する。

次に $Q \leq 0$ の場合を考える。 V_T を $V_T > 0$ で, $F_1(V_T)$ が M 行列となる解とすれば, $V_T > V > 0$ なる V に対して, $F_1(V)$ は M 行列となるので, $V_T > V_S > 0$ となる不安定解 V_S は存在しない。このときも $F_1(V^{(0)})$ を M 行列に設定すれば安定解に収束することを示す。

$F_1(V^{(0)})$ が M 行列となるように $V^{(0)} > 0$ を設定する。このとき, $\Delta U^{(n)} < 0$ ($n \geq 0$) で (5.18) 式より $g_Q(V^{(n)}) \leq 0$ ($n \geq 1$) となる。従つてこのとき (5.16), (5.17) 式により $V_T, V^{(0)}, V^{(1)}$ の i 番目の要素の位置関係は第 5.4 図(a), (b) の 2 つの場合が生じる。(a) の場合は, $g_Q(V^{(0)}) \leq 0$ とならぬときであるが, いずれのときも $V_T > V^{(1)}$ となり, (b) の場合は $V^{(1)} > 0$ となるが (a) の場合でも $V^{(1)} > 0$ となることを示そう。まず $V^{(0)} > 0$ として,

$$F_1(V^{(0)}) \Delta V_1 = g_1$$

$$F_1(V^{(0)}) \Delta V_2 = g_2$$

で $g_1 > g_2$ とすれば $\Delta V_1 > \Delta V_2$ となることに注意する。なんとなれば $F_1(V^{(0)})$ は M 行列で

$$\Delta V_1 - \Delta V_2 = F_1(V^{(0)})^{-1} (g_1 - g_2) > 0$$

となるからである。次に (5.11), (5.12) 式より

$$F_1(V^{(0)})V^{(0)} + F_1(V^{(0)})\Delta V^{(0)} = -2(Q_1/V_1^{(0)}, \dots, Q_N/V_N^{(0)})^T > 0$$

となり従って $V^{(1)} = V^{(0)} + \Delta V^{(0)} > 0$ となる。

よって(a), (b)いずれの場合も $V_T > V^{(1)} > 0$ となり, $F_1(V^{(1)})$ も M 行列となる。また $g_Q(V^{(n)}) < 0$ ($n \geq 1$) であるから 2 回目以降は(b)の場合のみが生じ, 2 回目以降の収束では

$$V^{(n)} \leq V^{(n+1)} \leq V_T \quad (n \geq 1)$$

となるので, 2 回目以降単調に安定解に収束する。

ここで $V_T > 0$ を解とするとき, (5.1) 式より得られる $F_1(V_T)$ は, M 行列となるので $V_T > 0$ なる解は 1 つで, しかも((5.1) 式あるいは (5.9) 式に基づく) $F_1(V_T)$ は M 行列となる。このとき調相容量の値が $b_i = 0$ ($i = 1, \dots, n$) とすると, 任意の $V^{(0)} > 0$ に対して, $F_1(V^{(0)})$ は M 行列となるので, 任意の $V^{(0)} > 0$ なる値から出発して安定解に収束することになる。 $b_i \neq 0$ のときも, $V_T > V^{(0)} > 0$ に対しては, $F_1(V_T)$ は M 行列となる。しかしながら $V^{(0)} > V_T$ に対しては, $F_1(V^{(0)}) < F_1(V_T)$ (但し不等号は要素に対して成立) となるので, $F_1(V^{(0)})$ が M 行列となる保証はない。しかし, 電源が接続し負荷が接続していないノードの行和は正となるので通常の $V^{(0)}$ の設定値に対しては, $F_1(V^{(0)})$ は M 行列となるであろう。

進み及び遅れ負荷が混在する場合も, 同様に $F_1(V^{(0)})$ を M 行列に設定すれば, 安定解に収束することが言える。

以上より $F_1(V_T)$ が M 行列となる解を V_T とすると,

(1) $Q \geq 0$ とすれば $V^{(0)} > V_T$ (初期値をなるべく高く選定)

(2) $Q \leq 0$ とすれば $0 < V^{(0)} < V_T$ (" " 低く選定)

とすれば問題なく V_T に収束することが分った。しかしながら, この結論は, (5.1) 式を V_1 で割った (5.8) 式に Newton-Raphson 法を適用して得られた結果であり, (5.1) 式に適用すれば, 異なった結論になる可能性がある。例えば 1 機系でこのことを示すと,

(5.1) 式に対応して,

$$f(V) = Q - BV^2 + BEV = 0 \quad (Q, B < 0)$$

$$g(V) = Q/V - BV + BE = 0$$

となる。このとき, 上式の第 1 式に対して

$$(-2BV^{(n)} + BE)\Delta V^{(n)} = -f^{(n)}(V^{(n)})$$

となり, $V^{(n)} < \frac{1}{2}E$ で負となり(2)は成立しない。これに対して, 第2式の方は,

$$(-Q/(V^{(n)})^2 - B)\Delta V^{(n)} = -g^{(n)}(V^{(n)})$$

で $\Delta V^{(n)}$ の係数は任意の V の対して正となっている。

(2) $\theta \neq 0$ のとき (5.10) 式において $\Delta \theta^{(n)}$ を消去して,

$$\left. \begin{aligned} V^{(n+1)} &= V^{(n)} + \Delta V^{(n)} \\ \Delta V^{(n)} &= -[(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(n)}]^{-1} \{ g_Q \\ &\quad - A_1 A_2^{-1} g_P \}^{(n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.20)$$

$g_P(V^{(n+1)}, \theta^{(n+1)})$, $g_Q(V^{(n+1)}, \theta^{(n+1)})$ を $V^{(n)}$, $\theta^{(n)}$ のまわりでテイラー展開して2次項で打切ると

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} g_Q^{(n+1)} \\ g_P^{(n+1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g_Q^{(n)} \\ g_P^{(n)} \end{bmatrix} + F^{(n)} \begin{bmatrix} \Delta V^{(n)} \\ \Delta \theta^{(n)} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} h_Q(V_\xi^{(n)}, \theta_\xi^{(n)}, \Delta V^{(n)}, \Delta \theta^{(n)}) \\ h_P(V_\xi^{(n)}, \theta_\xi^{(n)}, \Delta V^{(n)}, \Delta \theta^{(n)}) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.21)$$

但し, $V_\xi^{(n)}$, $\theta_\xi^{(n)}$ の各要素は, $V^{(n)}$ と $V^{(n+1)}$ 及び $\theta^{(n)}$ と $\theta^{(n+1)}$ の対応する要素の値の間の値をとるとし, h_Q , h_P はそれぞれ, N 次及び J 次のベクトルで, h_Q の i 番目の要素は,

$$\begin{aligned} h_{Q,i}(V_\xi, \theta_\xi, \Delta V, \Delta \theta) &= (Q_i \Delta V_i^2) / V_{\xi,i}^3 \\ &\quad + \Delta V^T (\partial^2 g_{Q,i} / \partial V_i \partial \theta_j) \Delta \theta \\ &\quad + \frac{1}{2} \Delta \theta^T (\partial^2 g_{Q,i} / \partial \theta_i \partial \theta_j) \Delta \theta \end{aligned} \dots\dots\dots (5.22)$$

但し, $(\partial^2 g_Q / \partial V_i \partial \theta_j)$, $(\partial^2 g_Q / \partial \theta_i \partial \theta_j)$ は, それぞれ, $N \times J$ 次, $J \times J$ 次の行列とする。 h_P も同様に定まる。(5.10), (5.21) 式により

$$\left. \begin{aligned} g_Q^{(n+1)} &= h_Q(V_\xi^{(n)}, \theta_\xi^{(n)}, \Delta V^{(n)}, \Delta \theta^{(n)}) \\ g_P^{(n+1)} &= h_P(V_\xi^{(n)}, \theta_\xi^{(n)}, \Delta V^{(n)}, \Delta \theta^{(n)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.23)$$

又, 真値を V_T , θ_T とし,

$$\begin{aligned} V_T &= V^{(n)} + \Delta V_T^{(n)} \\ \theta_T &= \theta^{(n)} + \Delta \theta_T^{(n)} \end{aligned}$$

とする。 $g_P(V_T, \theta_T)$, $g_Q(V_T, \theta_T)$ を $V^{(n)}$, $\theta^{(n)}$ の回わりでテイラー展開して2次までとり, $\Delta \theta_T$ の項を消去すると

$$\begin{aligned} \Delta V^{(n)} &= \Delta V_T^{(n)} + [(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(n)}]^{-1} \{ h_Q \\ &\quad - A_1 A_2^{-1} h_P \}^{(n)} \end{aligned} \dots\dots\dots (5.24)$$

あるいは,

$$V^{(n+1)} = V_T + [(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(n)}]^{-1} (h_Q - A_1 A_2^{-1} h_P)^{(n)} \quad (5.25)$$

但し、 h_Q 、 h_P は、 $V_\eta^{(n)}$ 、 $\theta_\eta^{(n)}$ 、 $\Delta V_T^{(n)}$ 、 $\Delta \theta_T^{(n)}$ で評価する。（ V_η 、 θ_η は V と V_T 、 θ と θ_T の間の値とする）

$Q \geq 0$ と仮定して、 $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ がほぼ M 行列となる真値（ V_T 、 θ_T ）を得るには、 $\theta = 0$ として $(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(0)}$ がほぼ M 行列となれば、安定解に収束しうることを示そう。（5.25）式において、 $\theta = 0$ とすれば線路の抵抗分がないときは $A_1 A_2^{-1} = 0$ で、線路の抵抗分がある場合もほぼ $A_1 A_2^{-1} \simeq 0$ となるので $h_Q - A_1 A_2^{-1} h_P \simeq h_Q$ となる。又（5.22）式において、 $(\partial^2 g_{Q,i} / \partial \theta_i \partial \theta_j)$ の行列からその行あるいは列の要素がすべて 0 のものを取り除いた小行列式は、 M 行列になるかあるいは、その行列の固有値のうち 1 つが 0 で残りは正となるので、

$$\Delta \theta^T (\partial^2 g_{Q,i} / \partial \theta_i \partial \theta_j) \Delta \theta \geq 0$$

となる。又 $\Delta V^T (\partial^2 g_{Q,i} / \partial V_i \partial \theta_j) \Delta \theta$ が他の項にくらべて無視できるとすれば、 $h_Q \geq 0$ がほぼ成立する。従って $V^{(1)} > V_T$ となり初期電圧値が真値より低く設定されても収束計算の 1 回目で必ず、真値より高くなるように修正される。2 回目以降は、（5.25）式においてほぼ $h_Q - A_1 A_2^{-1} h_P \geq 0$ となれば、電圧値は単調に減少して安定解に収束し得る。しかしながら位相に関しては、電圧値のように単調収束性は保証されない。このことは位相が原因して収束性が悪くなる可能性があることを示している。

$Q \leq 0$ のときも同様に、 $(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(0)}$ が M 行列となるように選べば安定解に収束することが言える。しかしながらこの場合は、 $Q \geq 0$ とは逆に 2 回目以降電圧真値よりも低い値から、単調に収束する。進み及び遅れ負荷が混在する場合も、 $(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(0)}$ が M 行列となるように初期値を選べばよい。

$\theta = 0$ で $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ が、ほぼ M 行列となる条件は、線路の抵抗分が 0 のときは $A_1 A_2^{-1} F_2 = 0$ となるので F_1 が M 行列という条件に等しい。又 M 行列の性質により行列式の値が最も崩れやすい（第 3.2 節定理 5）ので、初期値の選定法としては、 $\theta = 0$ として線路抵抗分が 0 のときは、 $\det F_1 > 0$ となるように電圧値を選べばよい。あるいは、最も簡単には電圧初期値をなるべく高く選定すればよい。

5.3.2 負荷ノードの一部に P-V 指定ノードがあるとき

ノード i が電圧指定ノードとすると、（5.10）式の Jacobian 行列において、

$$\partial g_{Q,i} / \partial V_j = \partial g_{P,i} / \partial V_j = 0 \quad j=1, \dots, N$$

(但し, $\partial g_{Q,i}/\partial V_i$ は除く)

$$\partial g_{Q,i}/\partial \theta_j = \partial g_{P,i}/\partial \theta_j = 0 \quad j=1, \dots, J$$

として潮流計算を行えば, V_i を変数から除外できる。 $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ が M 行列となるように電圧値を設定すればその条件下での安定解が得られるが, その解に基づき, ノード i における Q_i, b_i の値を設定したときその解がその条件下での安定解になっているとは, 言い切れないことは明らかであろう。

5. 4. 極座標表示のときの潮流計算の例

第 3. 9 図の 6 機 2 8 ノード系統に対して潮流計算を行った。但しこのときの潮流平衡式は (5. 1), (5. 2) 式を用いた。ノード 2 8 をスラックノードとし, 発電機出力負荷の消費する電力, 線路のリアクタンス値は第 3. 9 図に示している。収束の判定は,

$$\begin{aligned} |V_i^{(n+1)} - V_i^{(n)}| &< 1.0 \times 10^{-5} \quad i=1, \dots, N \\ |\theta_i^{(n+1)} - \theta_i^{(n)}| &< 1.0 \times 10^{-5} \quad i=1, \dots, J \end{aligned}$$

とした。又, 単調収束性の判定も 1.0×10^{-5} 以上の変動幅に対して行った。

5. 4. 1 線路抵抗分が 0 のとき

負荷ノードにおける調相容量の値を第 5. 1 表のように設定し, ノード 2 3 ~ 2 8 の電圧を 1.05 p.u. とし, ノード 2 8 をスラックノードして, 発電機ノードは P-V 指定, 負荷ノードは P-Q 指定したときの解を第 5. 2 表に示す。解 1 及び 2 はそれぞれ, 安定解及び不安定解に対応している。

第 5. 3 表に初期電圧値を 1.0 p.u. から下げていった (但し同一ケースでは, すべての負荷電圧値は同じとした) ときのノード 3 における電圧・位相角の収束のようすを示している。表中の $\det F_1^{(0)}$ の値は, 初期値における値を示しており, 第 5. 3 表では, どのケースも, F_1 は M 行列となっている。初期電圧値が 1.0 p.u. 及び 0.8 p.u. のときは, 繰返し計算の 1 回目以降は単調に収束している。ノード 3 以外のすべてのノードについてこの単調収束性は満たされていた。しかしながら, 0.7 p.u. のときは, 繰返し計算の 1 回目から 2 回目かけて単調減少性がくずれており, 又 0.6 p.u. のときは, $F_1^{(0)}$ が M 行列になっているのに 20 回繰返し計算を行っても収束しなかった。又, 繰返し計算の第 5 回目において電圧値に負のものが生じた。このため以下の計算では電圧値が負となったときは計算を打ち切ることとした。これは, $f_Q - A_1 A_2^{-1} f_P \geq 0$ の条件がくずれたためでその原因は, 初期電圧値が低くなったため, 繰返し計算の 1 回目で, 位相角が大幅に修正され, 2 回目以降で $f_Q - A_1 A_2^{-1} f_P \geq 0$ の条件が満たされなくなったと思われる。これをさけるには, 繰返

第 5.1 表 調相容量のサセプタンス(p. u.)

ノード	調相容量	ノード	調相容量	ノード	調相容量	ノード	調相容量
1	0.7989	4	0.6788	8	0.0634	11	0.2226
2	0.3106	5	0.5441	9	0.0496		
3	1.0318	7	0.6519	10	0.5574		

第 5.2 表 送電損失がないときの潮流解

ノード	電圧(p. u.)		位相角 (度)		ノード	電圧(p. u.)		位相角 (度)	
	解1	解2	解1	解2		解1	解2	解1	解2
1	1.0000	0.5692	-40.05	-65.84	15	0.9889	0.7864	-25.66	-31.97
2	1.0000	0.6240	-43.50	-72.26	16	1.0120	0.9696	-9.04	-9.53
3	1.0000	0.6092	-42.32	-69.51	17	1.0017	0.9623	-10.69	-11.38
4	1.0000	0.5669	-46.21	-82.42	18	1.0045	0.9801	-2.90	-3.05
5	1.0000	0.9571	-19.23	-20.67	19	0.9866	0.5849	-40.19	-64.20
6	1.0015	0.9612	-11.70	-12.47	20	0.9838	0.6300	-35.87	-52.78
7	1.0000	0.9536	-18.28	-19.66	21	0.9847	0.6251	-37.48	-56.90
8	1.0000	0.9748	-7.76	-8.16	22	0.9843	0.6248	-34.13	-49.25
9	1.0000	0.7972	-29.70	-38.34	23	(1.05)	(1.05)	-5.43	-5.81
10	1.0000	0.7471	-32.06	-42.79	24	(1.05)	(1.05)	9.63	9.79
11	1.0000	0.9582	-21.40	-23.73	25	(1.05)	(1.05)	-17.95	-20.13
12	0.9974	0.9165	-14.14	-15.48	26	(1.05)	(1.05)	-13.00	-15.13
13	0.9963	0.8333	-20.50	-24.11	27	(1.05)	(1.05)	-22.29	-23.17
14	0.9890	0.7618	-27.00	-34.28					

(): 電圧指定値

第 5.3 表 繰返し計算途中のノード3の電圧と位相角の値 ($\Delta\theta^{(0)} \neq 0$)

収束回	1	2	3	4	5	6	7	8	$\det F_1^{(0)}$	収束回数
初期値										
1.0(p. u.)	1.2057	1.0345	1.0017	1.0000					6.74×10^{32}	6
0.0 (度)	-41.53	-41.33	-42.23	-42.32						
0.8(p. u.)	1.4172	1.2040	1.0341	1.0017	1.0000				1.93×10^{30}	7
0.0 (度)	-60.32	-40.90	-41.25	-42.23	-42.32					
0.7(p. u.)	1.8391	2.1630	1.4918	1.1512	1.0595	1.0090	1.0003	1.0000	4.31×10^{28}	9
0.0 (度)	-75.66	-11.66	-20.84	-31.63	-38.79	-41.77	-42.31	-42.32		
0.6(p. u.)	4.1228	1.1194	2.2071	1.6060	9.1855				2.56×10^{28}	収束せず
0.0 (度)	-98.59	-109.37	-96.23	-106.33	1312.00					

第 5.4 表 繰返し計算途中のノード3の電圧と位相角の値 ($\Delta\theta^{(0)} = 0$)

収束回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\det F_1^{(0)}$	収束回数
初期値												
1.0(p. u.)	1.2057	1.1754	1.0363	1.0035	1.0001	1.0000					6.74×10^{32}	7
0.0 (度)	0.0	-34.25	-39.91	-42.09	-42.32	-42.32						
0.8(p. u.)	1.4172	1.2068	1.0615	1.0094	1.0003	1.0000					1.93×10^{30}	7
0.0 (度)	0.0	-27.36	-37.88	-41.69	-42.30	-42.32						
0.7(p. u.)	1.8391	1.3424	1.1226	1.0292	1.0025	1.0000					4.31×10^{28}	8
0.0 (度)	0.0	-18.77	-33.17	-40.26	-42.16	-42.32						
0.6(p. u.)	4.1228	2.3880	1.4056	1.2033	1.0597	1.0090	1.0030	1.0000			2.56×10^{28}	9
0.0 (度)	0.0	-6.11	-15.61	-23.21	-37.96	-41.71	-42.30	-42.32				
0.56(p. u.)	16.0348	8.3035	4.4497	2.5457	1.6337	1.2311	1.0699	1.0117	1.0005	1.0000	8.31×10^{24}	11
0.0 (度)	0.0	-1.16	-3.13	-7.16	-15.14	-27.01	-37.20	-41.51	-42.29	-42.32		
0.54(p. u.)	-23.3209										-1.81×10^{24}	収束せず
0.0 (度)	0.0											

し計算の第1回目では、位相角の修正を行わなければよい。(即ち $\Delta\theta^{(0)}=0$ とする。)このようにすれば、電圧設定値が低くても、1回目では、 $V^{(1)} > V_T$ かつ $\theta^{(1)}=0$ となるため、等価的には電圧値を高く設定したのと同じとなる。第5.4表に $\Delta\theta^{(0)}=0$ としたときのノード3における収束のようすを示す。第5.3表と比較して電圧初期値が、1 p.u. のときは収束回数が多くなっているが、0.7 p.u. のときは逆に早くなっており、0.6 p.u. のときも収束している。又0.56 p.u. のときも収束しており、このとき $F_1^{(0)}$ はM行列となっている。0.54 p.u. のときはM行列となっていないが、このときは収束していない。従って $\Delta\theta^{(0)}=0$ とすれば、 F_1 がM行列となることが安定解に収束する条件となっていることがわかる。又、電圧初期値が1.0~0.56 p.u. の場合はすべてのノード電圧は、単調減少していた。

5.4.2 線路抵抗分が0でないとき

第3.9図の系統において線路の抵抗分を $r_1 = 0.2 x_1$ (x_1 : 線路のリアクタンス) として、調相容量の値を第5.5表のように設定して、潮流計算したときの安定解(解1)、及び不安定解(解2)を第5.6表に示す。解1、2は第5.2表に比べて、さらに近い値となっている。第5.7表に、 $\Delta\theta^{(0)}=0$ としたときのノード3の収束のようすを示す。表中の $\det F_1^{(0)}$, $\det F^{(0)}$ は、初期値における行列式の値を示す。この場合は、0.7 p.u. のとき収束していない。第5.8表に、 $\Delta\theta^{(0)}=0$ としたときのノード3における収束のようすを示す。収束している場合は、2回目以降すべてのノードの電圧値は単調に収束していた。0.6 p.u. のとき $F_1^{(0)}$ はM行列ではないが $(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(0)}$ はほぼM行列となり、収束した。0.58 p.u. では、 $\det F^{(0)} < 0$ で収束しておらず、線路の抵抗分があるとき、 $\Delta\theta^{(0)}=0$ とすれば、 $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2$ がほぼM行列となることが安定解へ収束するための条件であることが確かめられた。

5.4.3 調相容量を負荷側に含めたとき

5.4.2項の系統条件において、第5.5表の調相容量を負荷側に含める。ここで調相容量を投入したノードの電圧は第5.6表の解1より、1 p.u. となっているので、第3.9図の負荷の無効電力の値から、第5.5表の調相容量の値を引いたものを、無効電力の値に設定すると、この場合の安定解は、第5.6表の解1と一致する。しかし不安定解は、解2とは一致せず、電圧値はさらに低い値となる。

(5.9), (5.10)式を用いて潮流計算を行うときは、ノード6を除いて無効電力の値は、0または負となるので、電圧値に関しては、真値より低い値から単調に収束することが、

第 5.5 表 調相容量のサセプタンス (p. u.)

ノード	調相容量	ノード	調相容量	ノード	調相容量	ノード	調相容量
1	1.2069	4	1.6665	8	0.2080	11	0.5868
2	1.0252	5	1.5422	9	0.4476		
3	2.0804	7	1.0042	10	0.7769		

第 5.6 表 送電損失があるときの潮流解

ノード	電圧 (p. u.)		位相角 (度)		ノード	電圧 (p. u.)		位相角 (度)	
	解 1	解 2	解 1	解 2		解 1	解 2	解 1	解 2
1	1.0000	0.7409	-47.99	-62.25	15	0.9799	0.8499	-31.53	-37.42
2	1.0000	0.7626	-51.77	-68.50	16	1.0033	0.9730	-11.52	-12.64
3	1.0000	0.7578	-50.45	-66.15	17	0.9949	0.9654	-13.57	-14.85
4	1.0000	0.7331	-54.63	-73.86	18	1.0017	0.9838	-5.99	-7.05
5	1.0000	0.9655	-22.68	-24.52	19	0.9817	0.7426	-48.08	-62.36
6	0.9940	0.9637	-14.60	-15.94	20	0.9768	0.7666	-43.33	-54.64
7	1.0000	0.9628	-21.70	-23.47	21	0.9787	0.7617	-45.14	-57.61
8	1.0000	0.9809	-11.08	-12.32	22	0.9772	0.7659	-41.45	-51.71
9	1.0000	0.8644	-36.04	-43.34	23	(1.05)	(1.05)	-8.28	-9.66
10	1.0000	0.8290	-33.58	-46.65	24	(1.05)	(1.05)	6.25	5.21
11	1.0000	0.9697	-25.56	-28.71	25	(1.05)	(1.05)	-22.56	-25.47
12	0.9864	0.9312	-17.58	-19.62	26	(1.05)	(1.05)	-19.23	-24.80
13	0.9850	0.8864	-26.27	-31.37	27	(1.05)	(1.05)	-29.36	-37.52
14	0.9792	0.8424	-33.44	-40.42					

(): 電圧指定値

第 5.7 表 繰返し計算途中のノード 3 の電圧と位相角の値 ($\Delta\theta^{(0)}=0$)

収束回数	1	2	3	4	5	6	7	8	$\det F_1^{(0)}$	$\det F^{(0)}$	収束回数
初期値											
1.0(p. u.)	1.4134	1.1343	1.0267	1.0022	1.0000				6.78×10^{31}	1.29×10^{70}	7
0.0 (度)	-46.76	-45.88	-43.97	-50.31	-50.45						
0.6(p. u.)	1.8663	1.8034	1.3094	1.1067	1.0277	1.0031	1.0001	1.0000	1.67×10^{29}	7.93×10^{62}	9
0.0 (度)	-59.92	-30.18	-36.19	-44.12	-43.73	-50.26	-50.45	-50.45			
0.7(p. u.)	2.9647	0.5196	0.4999						2.93×10^{27}	2.55×10^{58}	収束せず
0.0 (度)	-51.83	-81.03	-35.35								

第 5.8 表 繰返し計算途中のノード 3 の電圧と位相角の値 ($\Delta\theta^{(0)}=0$)

収束回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\det F_1^{(0)}$	$\det F^{(0)}$	収束回数
初期値												
1.0(p. u.)	1.4134	1.3026	1.1071	1.0285	1.0032	1.000				6.78×10^{31}	1.29×10^{70}	8
0.0 (度)	0.0	-34.20	-43.48	-43.62	-50.24	-50.45						
0.6(p. u.)	1.8663	1.4215	1.1825	1.0627	1.0125	1.0007	1.0000			1.70×10^{29}	7.98×10^{62}	9
0.0 (度)	0.0	-23.52	-38.47	-46.42	-49.66	-50.41	-50.45					
0.7(p. u.)	2.9647	1.8813	1.3345	1.1591	1.0516	1.0091	1.0004	1.0000		2.93×10^{27}	2.55×10^{58}	9
0.0 (度)	0.0	-10.16	-26.65	-40.05	-47.14	-49.88	-50.43	-50.45				
0.6(p. u.)	63.1727	31.8886	16.2436	8.4278	4.5362	2.6209	1.7102	1.3014	1.1175	-7.20×10^{52}	1.07×10^{51}	14
0.0 (度)	0.0	10.75	14.96	14.73	10.25	0.32	-15.04	-31.48	-42.83			
0.58(p. u.)	-16.3392									-3.74×10^{24}	-3.06×10^{51}	収束せず
0.0 (度)	0.0											

分っているが、ここでは、(5.1)、(5.2)式に基づいて潮流計算を行った。

第5.9表に $\Delta\theta^{(0)} = 0$ として、電圧初期値を1.0 p.u. から下げていった場合のノード3における電圧と位相角の収束の様子を示す。0.54 p.u. まで、 $(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(0)}$ は、ほぼM行列となり、このときは、第1回目の収束計算で、電圧は、真値よりも高く修正され、2回目以降は、単調減少して真値に収束している。このことは(5.9)、(5.10)式で潮流計算する場合は、 $Q \geq 0$ の場合と、 $Q \leq 0$ の場合の収束の仕方が異なっていたが、(5.1)、(5.2)式を用いれば、両者は一致することを示している。

第5.8、5.9表を比較すれば、第5.9表の方が収束が早くなっており、また収束する領域も拡大している。これは、調相容量を負荷に含めたために、行列 F_1 の対角要素が大きくなったためである。

5.5 複素表示のときの潮流計算の初期値選定法

5.2節と同様に、系統のノード数を $N+M$ として、ノード1～ N をP-Q指定ノード、ノード $N+1 \sim N+M-1$ をP-V指定ノード、 $N+M$ をスラックノードとする。複素表示のときの潮流計算の基礎方程式は次式で与えられる。

$$f_Q = 0 \text{-----} (5.26)$$

$$f_V = 0 \text{-----} (5.27)$$

$$f_P = 0 \text{-----} (5.28)$$

但し、 f_Q, f_P は(5.1)、(5.2)式で与えられ f_V は次式で与えられる。

$$f_V = (f_{V,1}, \dots, f_{V,M-1})^T$$

$$f_{V,i} = \frac{1}{2} (E'_{i+N}{}^2 + E''_{i+N}{}^2) - L_{i+N}$$

$\sqrt{2 L_{i+N}}$: ノード $i+N$ の指定電圧値

$E'_{i+N} + j E''_{i+N}$: ノード $i+N$ の複素電圧

(5.26)～(5.28)式に、 E'_i, E''_i ($i=1, \dots, N+M-1$)を独立変数として

Newton-Raphson法を適用すると、

$$E'^{(n+1)} = E'^{(n)} + \Delta E'^{(n)} \text{-----} (5.29)$$

$$E''^{(n+1)} = E''^{(n)} + \Delta E''^{(n)} \text{-----} (5.30)$$

$$\begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial E' & \partial f_Q / \partial E'' \\ \partial f_V / \partial E' & \partial f_V / \partial E'' \\ \partial f_P / \partial E' & \partial f_P / \partial E'' \end{bmatrix}^{(n)} \begin{bmatrix} \Delta E' \\ \Delta E'' \end{bmatrix}^{(n)} = - \begin{bmatrix} f_Q \\ f_V \\ f_P \end{bmatrix}^{(n)} \text{-----} (5.31)$$

第 5.9 表 繰返し計算途中のノード 3 の電圧と位相角の値 ($\Delta \theta^{(0)} = 0$)

収束回数 初層値	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\det F_1^{(0)}$	$\det F^{(0)}$	収束回数
1.0(p.u) 0.0 (度)	1.1904 0.0	1.1667 -37.32	1.0338 -46.54	1.0033 -50.07	1.0000 -50.45					8.60×10^{32}	1.44×10^{71}	7
0.8(p.u) 0.0 (度)	1.3560 0.0	1.1860 -30.23	1.0165 -44.12	1.0078 -49.56	1.0020 -50.43	1.0000 -50.45				2.62×10^{30}	1.09×10^{64}	7
0.7(p.u) 0.0 (度)	1.6486 0.0	1.2664 -20.39	1.0947 -38.85	1.0206 -47.99	1.0014 -50.29	1.0000 -50.45				6.30×10^{28}	4.62×10^{59}	8
0.6(p.u) 0.0 (度)	2.7981 0.0	1.7492 -3.11	1.2866 -18.95	1.0999 -37.39	1.0230 -47.56	1.0017 -50.25	1.0000 -50.45			4.94×10^{26}	2.41×10^{54}	9
0.54(p.u) 0.0 (度)	10.8654 0.0	5.1145 9.79	3.1053 11.01	1.9202 4.00	1.3622 -12.24	1.1325 -32.46	1.0360 -45.66	1.0040 -49.96	1.0001 -50.45	4.97×10^{24}	1.64×10^{50}	11
0.52(p.u) 0.0 (度)	-29.2703 0.0									-5.16×10^{23}	-2.84×10^{48}	収束せず

但し

$$E' = (E_1', \dots, E_{N+M-1}')^T$$

$$E'' = (E_1'', \dots, E_{N+M-1}'')^T$$

ここで極座標表示のときの計算式(5.10)と比較するために, (5.31)式を極座標の式に変換する。

$$\begin{aligned} E_1' &= V_1 \cos \theta_1 \\ E_1'' &= V_1 \sin \theta_1 \end{aligned} \quad i = 1, \dots, N+M-1 \quad \text{-----} (5.32)$$

あるいは,

$$\begin{aligned} V_1 &= \sqrt{E_1'^2 + E_1''^2} \\ \tan \theta_1 &= E_1'' / E_1' \end{aligned} \quad i = 1, \dots, N+M-1 \quad \text{-----} (5.33)$$

とすると,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial E_1'} &= \frac{E_1'}{V_1} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial E_1'} &= -\frac{E_1''}{E_1'^2} \cos^2 \theta_1 \\ \frac{\partial V_1}{\partial E_1''} &= \frac{E_1''}{V_1} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial E_1''} &= \frac{1}{E_1'} \cos^2 \theta_1 \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (5.34)$$

であるから, 上式より, (5.31)式は, 次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{\partial f_Q}{\partial V} & \frac{\partial f_Q}{\partial V'} & \frac{\partial f_Q}{\partial \theta} \\ 0 & \frac{\partial f_V}{\partial V'} & 0 \\ \frac{\partial f_P}{\partial V} & \frac{\partial f_P}{\partial V'} & \frac{\partial f_P}{\partial \theta} \end{bmatrix}^{(n)} \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ H_3 & H_4 \end{bmatrix}^{(n)} \begin{bmatrix} \Delta E' \\ \Delta E'' \end{bmatrix}^{(n)} \\ &= - \begin{bmatrix} f_Q \\ f_V \\ f_P \end{bmatrix}^{(n)} \quad \text{-----} (5.35) \end{aligned}$$

但し

$$V = (V_1, \dots, V_N)^T$$

$$V' = (V_{N+1}, \dots, V_{N+M-1})^T$$

で $H_1 \sim H_4$ は，対角行列で次式で与えられる。

$$\begin{aligned} H_1 &= \text{diag}(E_1'/V_1, \dots, E'_{N+M-1}/V_{N+M-1}) \\ H_2 &= \text{diag}(E_1'/V_1, \dots, E'_{N+M-1}/V_{N+M-1}) \\ H_3 &= \text{diag}(-E_1' \cos^2 \theta_1 / E_1'^2, \dots, -E'_{N+M-1} \cos^2 \theta_{N+M-1} / E'_{N+M-1}{}^2) \\ H_4 &= \text{diag}(\cos^2 \theta_1 / E_1', \dots, \cos^2 \theta_{N+M-1} / E'_{N+M-1}) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V' \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ H_3 & H_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E' \\ \Delta E'' \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

と定義する。上式は，(5.33)式が線形でないため $\Delta E'$ ， $\Delta E''$ が微小量の際のみ，成立する式である。(5.36)式より，(5.35)式は，

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{\partial f_Q}{\partial V} & \frac{\partial f_Q}{\partial V'} & \frac{\partial f_Q}{\partial \theta} \\ 0 & \frac{\partial f_V}{\partial V'} & 0 \\ \frac{\partial f_P}{\partial V} & \frac{\partial f_P}{\partial V'} & \frac{\partial f_P}{\partial \theta} \end{bmatrix}^{(n)} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V' \\ \Delta \theta \end{bmatrix}^{(n)} \\ &= - \begin{bmatrix} f_Q \\ f_V \\ f_P \end{bmatrix}^{(n)} \quad (5.37) \end{aligned}$$

となるが，これは次式と等価となる。

$$- \frac{\partial f_V}{\partial V'}^{(n)} \Delta V'^{(n)} = f_V^{(n)} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} F_1 & A_1 \\ F_2 & A_2 \end{bmatrix}^{(n)} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix}^{(n)} = - \begin{bmatrix} f_Q \\ f_P \end{bmatrix}^{(n)} \\ & - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_Q}{\partial V'} & \Delta V' \\ \frac{\partial f_P}{\partial V'} & \Delta V' \end{bmatrix}^{(n)} \quad (5.39) \end{aligned}$$

P-V指定ノードがないとすると，(5.38)式及び(5.39)式の右辺の第2項が消えるので，極座標表示のときと計算式が一致する。しかしながらこれは同じ初期値から出発し

たとき，両方の座標で収束過程が一致することを意味しない。それは，(5.36)式が近似式であるためである。P-V指定ノードがあるときも，P-V指定ノードに対する初期値は通常指定電圧値に選ぶので， $f_V^{(0)} = 0$ となり，従って $\Delta V^{(0)} = 0$ となる。このため，繰返し計算の第1回目では，極座標表示に対する計算式と見かけ上一致する。

(5.29)，(5.31)式は，極座標に変換することにより，第5.5図の手順により解くことができる。即ち，

- (1) $E^{(n)}$ ， $E''^{(n)}$ を(5.33)式により， $V^{(n)}$ ， $V'^{(n)}$ ， $\theta^{(n)}$ に変換する。
- (2) (5.37)式により $\Delta V^{(n)}$ ， $\Delta V'^{(n)}$ ， $\Delta \theta^{(n)}$ を求める。
- (3) (5.36)式により， $\Delta E^{(n)}$ ， $\Delta E''^{(n)}$ を求める。
- (4) (5.29)，(5.30)式により $E^{(n+1)}$ ， $E''^{(n+1)}$ を求める。

繰返し計算途中の電圧・位相角の修正量が小さければ，(5.36)式が成立し，従って複素表示のときも極座標とほぼ同じ収束過程を示すことが言えるが，一般には，繰返し計算の最初の数回はこの仮定が成立しない。従って一般に上式の(1)～(4)の手順を行ったとき， $V^{(n+1)} = V^{(n)} + \Delta V^{(n)}$ は成立せず，次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} V^{(n+1)} &\geq V^{(n)} + \Delta V^{(n)} \\ V'^{(n+1)} &\geq V'^{(n)} + \Delta V'^{(n)} \end{aligned} \right\} \text{----- (5.40)}$$

上式は次のようにして証明できる。

(5.36)式より

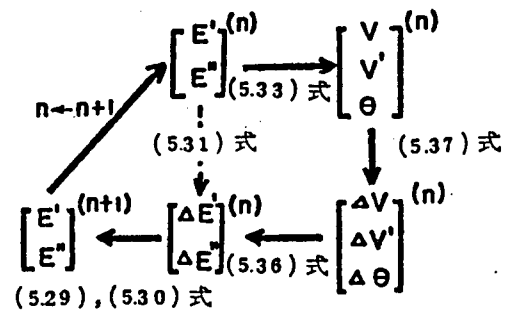
$$\Delta V_1^{(n)} = \frac{1}{V_1^{(n)}} (E_1'^{(n)} \Delta E_1'^{(n)} + E_1''^{(n)} \Delta E_1''^{(n)}) \text{----- (5.41)}$$

上式と第5.5図より

$$\begin{aligned} (V_1^{(n+1)})^2 &= (E_1'^{(n)} + \Delta E_1'^{(n)})^2 + (E_1''^{(n)} + \Delta E_1''^{(n)})^2 \\ &= (V_1^{(n)})^2 + 2V_1^{(n)} \Delta V_1^{(n)} + (\Delta E_1'^{(n)})^2 \\ &\quad + (\Delta E_1''^{(n)})^2 \end{aligned}$$

従って

$$\begin{aligned} (V_1^{(n+1)})^2 - (V_1^{(n)} + \Delta V_1^{(n)})^2 &= (\Delta E_1'^{(n)})^2 \\ &\quad + (\Delta E_1''^{(n)})^2 - (\Delta V_1^{(n)})^2 \\ &= \frac{1}{(V_1^{(n)})^2} \{ (E_1'^{(n)})^2 + (E_1''^{(n)})^2 \} (\Delta E_1'^{(n)})^2 \\ &\quad + (\Delta E_1''^{(n)})^2 - (E_1'^{(n)} \Delta E_1'^{(n)} + E_1''^{(n)} \Delta E_1''^{(n)})^2 \} \\ &= \frac{1}{(V_1^{(n)})^2} (E_1''^{(n)} \Delta E_1'^{(n)} - E_1'^{(n)} \Delta E_1''^{(n)})^2 \geq 0 \end{aligned}$$



第5.5図 潮流計算の手順

となり，(5.40)式が証明できた。

次にノード i における位相角について考察する。 $\theta_i^{(0)} = E_i^{(0)} = 0$ であるから，

$$\begin{aligned} \tan \theta_i^{(1)} - \tan \theta_i^{(0)} &= \tan \theta_i^{(1)} = \frac{\Delta E_i^{(0)}}{E_i^{(0)} + \Delta E_i^{(0)}} \\ &= \frac{\Delta E_i^{(0)}}{E_i^{(0)}} \frac{1}{1 + \frac{\Delta E_i^{(0)}}{E_i^{(0)}}} \quad \text{----- (5.42)} \end{aligned}$$

テイラー展開公式により

$$\begin{aligned} \tan \theta_i^{(1)} &= \theta_i^{(1)} + \left(\frac{1}{3} + \tan^2 \theta_i^{(1)} \right) (\theta_i^{(1)})^3 \\ &= \left(1 + \left(\frac{1}{3} + \tan^2 \theta_i^{(1)} \right) (\theta_i^{(1)})^2 \right) \theta_i^{(1)} \\ &\triangleq \alpha_i \theta_i^{(1)} \quad \text{----- (5.43)} \end{aligned}$$

但し， $0 \leq |\theta_i^{(1)}| \leq |\theta_i^{(1)}|$

(5.43)式より

$$\Delta \theta_i^{(0)} = \frac{\Delta E_i^{(0)}}{E_i^{(0)}} \quad \text{----- (5.44)}$$

従って(5.42)～(5.44)より

$$\theta_i^{(1)} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\Delta \theta_i^{(0)}}{1 + \frac{\Delta E_i^{(0)}}{E_i^{(0)}}} \quad \text{----- (5.45)}$$

$\alpha_i > 1$ であるから， $\Delta E_i^{(0)} > 0$ とすると，

$$|\theta_i^{(1)}| \leq |\Delta \theta_i^{(0)}| \quad \text{----- (5.46)}$$

となる。

第1回目の繰返し計算では，複素表示の計算式は，極座標表示の式と一致するので，初期値として

$$E_i^{(0)} = \theta_i^{(0)} = 0$$

$$E_i^{(0)} = \begin{bmatrix} V^{(0)} \\ E \end{bmatrix}$$

とすると，繰返し計算の第1回目で，複素表示のとき，電圧値は，極座標表示のときより高く修正された， $\Delta E_i^{(0)} > 0$ とすると，対応する位相角の絶対値は，極座標表示のときよりも小さく修正される。このことは，複素表示のときも，縮小Jacobian行列 $(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2)^{(0)}$ をM行列となるように選べば安定解に収束しうることを示している。縮小Jacobian

行列を M 行列に選べば，第 1 回目の計算では，常に電圧値が，真値より高くなるように修正されるが，このとき電圧初期値が低い場合には， $\Delta E^{(0)} > 0$ となり位相角の大幅な修正が抑圧される。また複素座標では，極座標よりも高い値に電圧値が修正されるため，2 回目以降の計算でも縮小 Jacobian 行列は，M 行列から崩れることはないであろう。

極座標表示のときは，縮小 Jacobian 行列が M 行列の範囲でも，電圧初期値が低い場合は，位相角の大幅な修正のため発散するときがあったが，複素表示のときは，位相角の抑制効果により収束しうることを示している。しかしながら極座標のときのように，2 回目以降の電圧の単調収束性は保証されない。

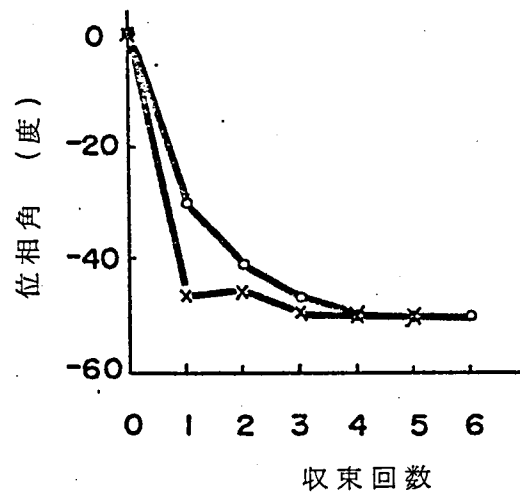
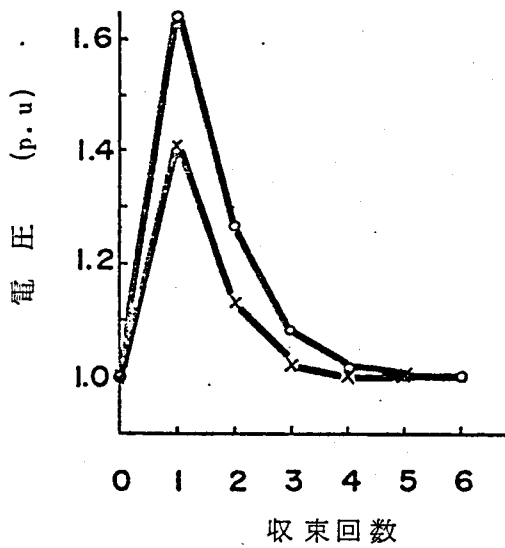
5.6 潮流計算の収束性の比較

5.4.2 項と同じ条件で，複素表示で潮流計算を行い極座標表示との収束性を比較する。第 5.10 表は，第 5.7，5.8 表に示す極座標のときの収束回数と，複素表示のときの収束回数とを並記したものである。5.4.2 と同様に， $\Delta \theta^{(0)} \neq 0$ ($\Delta E''^{(0)} \neq 0$) は，位相角（虚数部）を 1 回目から修正したことを示しており，また $\Delta \theta^{(0)} = 0$ ($\Delta E''^{(0)} = 0$) は，1 回目の計算では位相角（虚数部）を 0 に固定したことを示している。ケース 1～4 までは，縮小 Jacobian 行列は M 行列で，ケース 5 はそうでない。極座標表示のときは， $\Delta \theta^{(0)} \neq 0$ のとき，ケース 3，4 で収束していないが，複素表示のときは，収束している。これは上述したように，第 1 回目の繰返し計算で，位相角の大幅な修正が抑圧されたためである。極座標表示のときは，電圧初期値を下げるに従い，収束回数が単調にふえているが，複素表示のときは，ケース 1 と 2 で単調性が崩れている。このことは複素表示のときの収束領域は，極座標表示の収束領域よりも広いかもしれないが，収束の安定性は劣ることを示している。これは，極座標のときは，電圧は 2 回目以降単調に収束しうるが，複素表示のときは，単調収束性は，必ずしも満たされないことと密接に関係していると考えられる。極座標表示のとき， $\Delta \theta^{(0)} \neq 0$ に対してケース 1，及び $\Delta \theta^{(0)} = 0$ のときケース 1～4 に対して電圧は 2 回目以降単調収束したが，複素表示のときは，単調収束性は必ずしも満たされなかった。

第 5.6 図は，ケース 1 でノード 3 の電圧及び位相角の収束のようすを示す。第 1 回目の収束計算で，複素表示のときの電圧値は，極座標のときより大きく，また位相角の絶対値は小さく修正されており，5.5 節の解析結果と一致している。

第 5.10 表 極座標表示及び複素表示のときの収束回数

ケース	$v_i^{(0)}, \theta_i^{(0)}$ $(E_i^{(0)}, E_i^{(0)})$	$\det F_1^{(0)}$	$\det F^{(0)}$	G = M 行列 ?	$\Delta\theta^{(0)} \neq 0$		$\Delta\theta^{(0)} = 0$	
					複素表示	極座標	複素表示	極座標
1	(1.00, 0.0)	6.78×10^{31}	1.29×10^{70}	○	12	7	10	8
2	(0.80, 0.0)	1.70×10^{29}	7.98×10^{62}	○	10	9	8	9
3	(0.70, 0.0)	2.93×10^{27}	2.55×10^{58}	○	15	発散	10	9
4	(0.60, 0.0)	-7.20×10^{23}	1.07×10^{52}	○	16	発散	15	14
5	(0.58, 0.0)	-3.74×10^{24}	-3.06×10^{51}	×	発散	発散	発散	発散



x--- 極座標表示
o--- 複素表示

第 5.6 図 ノード 3 における電圧・位相角の収束の模様 (ケース 1, $\Delta\theta^{(0)} \neq 0$)

5.7 考 察

Newton-Raphson 法により極座標表示で潮流計算を行うとき，安定解へ収束するための初期値の設定は， $\theta^{(0)}=0$ ， $\Delta\theta^{(0)}=0$ として $(F_1-A_1A_2^{-1}F_2)^{(0)}$ が，ほぼM行列となる（実用上は $\det F^{(0)}>0$ ）ように電圧初期値を選べばよいことが，理論とシミュレーションにより確かめられた。しかし，実際に潮流計算を行う際は，行列式の計算などは行わずに，電圧初期値を少し高めに設定し $\Delta\theta^{(0)}\approx 0$ とする方が得策であろう。この初期値が妥当か否かは，電圧が繰返し計算の2回目以降単調減少しているか否かで判定でき， $\Delta\theta^{(0)}\approx 0$ のとき電圧初期値が低いときは収束できず，不安定平衡解に収束することはないからである。不安定解は $\theta^{(0)}=0$ としたのでは求まらず，安定解に対して電圧は低く，位相角は，更にその絶対値を大きく設定して，潮流計算を行う必要がある。複素表示で潮流計算を行う場合も，初期値として， $E^{(0)}=0$ としたとき， $(F_1-A_1A_2^{-1}F_2)^{(0)}$ がほぼM行列となるように電圧実部を選べばよいことが明らかとなったが，このときも，電圧実部を大きくとれば，安定解に収束することが言える。なお通常の場合は，flat voltage start¹⁴⁾ ($V=1$ ， $\theta=0$)で上記条件は満足され则认为られる。

次に電圧安定性との関連を明らかにする。負荷の電圧特性として，

$$\left. \begin{aligned} P_i &= P_{oi} + \alpha_i P_{oi}(V_i - V_{oi}) \\ Q_i &= Q_{oi} + \beta_i P_{oi}(V_i - V_{oi}) \end{aligned} \right\} \quad i=1, \dots, N$$

とする。但し， P_{oi} ， Q_{oi} ， V_{oi} は定格値とする。このとき負荷に進相負荷がないとして， α_i ， $\beta_i \geq 0$ とすれば， $\alpha_i = \beta_i = 0$ ($i=1, \dots, N$)が電圧安定度的には最も厳しい条件であることがわかっている。従って，負荷ノードをすべてP-Q指定として安定解が求まったとき，実際の負荷の電圧特性は， α_i ， $\beta_i \geq 0$ と考えられるから，この条件での定常運転が可能となる。しかしながら，負荷にP-V指定ノードが含まれるときには，その条件で安定解が求まっても，P-V指定ノードに対する負荷の消費する無効電力，調相容量の設定の仕方によっては，実際には定常運転できない場合も生じるであろう。

第6章 結 言

第6章 結 言

電力系統の長距離大容量化に伴い、系統の安定運用の観点から負荷電圧の安定性が問題となってくる。本論文ではこの電圧安定性について理論解析、模擬実験、及びデジタルシミュレーションによって検討を加えた。

第1章序論において電圧安定性を考察した Venikov 氏の論文の紹介を行った。1機1負荷系統における電圧安定条件として、次式が提案されている。

$$dV/dE > 0, \quad d(Q_S - Q_L)/dV < 0$$

但し、 V ：負荷電圧， E ：電源電圧， Q_S ：負荷点において電源から供給される無効電力， Q_L ：負荷の消費する無効電力

また多機系における安定条件として、発電機に対しては動揺方程式を用い、負荷に対しては負荷の電圧特性のみを考慮して特性方程式を導き、その最終項が正ならば安定としている。この最終項は、次の条件を満足するとき潮流計算の Jacobian 行列式と一致することが示されている。

- (1) 発電機ノードは、電圧・有効電力が指定されている。
- (2) 負荷ノードには、特性方程式を求めるときと同じ負荷の電圧特性が与えられている。
- (3) 系統に無限大母線があるとし、かつまたその母線がスラックノードに選ばれている。

上記の Venikov 氏の多機系の安定条件において次の問題点があることを示した。

- (1) 多機系に対する特性方程式を導く際、発電機に対して動揺方程式を用いているが、電圧不安定現象は、分あるいは時間のオーダーで発生するため、発電機は定常状態にあり、発電機の動特性よりも負荷の動特性の方が大きく影響していると考えられ、電圧安定性を検討する上からは、Venikov 氏のモデルはモデルとして不適當である。
- (2) 多機系に対する安定条件として、特性方程式の最終項が正としている。最終項を求める場合、ノードに流入する電力の向きを正としているが、その必然性が説明されていない。
- (3) 安定・不安定の判定のみで安定ならばどの程度安定で、不安定ならば、どの点に対して対策してやればよいか等の指標が示されていない。

第2章では、上記の点を踏まえて1機1負荷系統の安定条件を導くに際しまず、発電機及び負荷を次のようにモデル化した。

- (1) 発電機は、AVR運転のときは端子電圧一定で、AVR運転でないときは、界磁一定制御により内部誘起電圧が一定の電源と見做した。

(2) 電圧不安定を生じやすい負荷時電圧調整装置の動作の解析より負荷アドミッタンスの一次遅れモデルを導出し、これを負荷モデルとした。

上記に基づいて平衡点のまわりの線形化微分方程式を導き、これより安定条件を導いた。この安定条件は、通常の負荷（即ち遅れ負荷で、線形負荷と定電力負荷との中間の負荷特性）の場合は、 $dV/dE > 0$ 等のVenikov氏の静的安定条件に一致することを明らかにした。

定電力特性に近い負荷を持つ1機系の模擬実験より、 $dV/dE = 0$ が安定限界であり、 $dV/dE < 0$ のときは不安定平衡点であることを確認した。また負荷の近傍に電源があればある程電圧安定度は向上すること、負荷近くの電源が脱落すると安定平衡点から、不安定平衡点へと移行し、電圧不安定現象が発生しうることを示した。

計算機シミュレーションにより、進相負荷の場合の安定度解析を行った。その結果 $dV/dE > 0$ を満足する平衡点で負荷の時定数の値によっては不安定となる場合があることが示されたが、その領域は極めて小さく、 $dV/dE > 0$ で安定と見ても実用上差し支えない。

第3章では、第2章で導いた発電機、負荷モデルを用いて、多機系における線形化微分方程式を導き、任意の負荷のコンダクタンスの時定数とサセプタンスの時定数が等しいと仮定して4つの安定条件を導き、遅れ負荷で、定電力と線形特性との中間の負荷特性の下で上記時定数が異なる場合の安定条件を導出した。更に上記負荷特性の下では、安定条件は、Jacobian行列を縮小した縮小Jacobian行列がM行列となることに簡約化されることを明らかにした。この条件は、任意の電源電圧を上昇させたとき負荷電圧が上昇する条件と一致し、1機系の安定条件の自然な拡張となっている。また多機系におけるVenikov氏の安定条件は、電源数が偶数のとき、誤った結果を与えるが、その点を除けば電圧が安定であるための必要条件となっている。

電圧安定限界は、通常の負荷条件のもとでは、（縮小）Jacobian行列の行列式の値が0となることにより生じるが、系統規模が大きくなると、行列式の値そのものでは安定限界に近いかな否かの判定は行えない。安定度余裕の指標としては、上記の行列式を、線形負荷と仮定して評価した（縮小）Jacobian行列式で規格化したものを用いれば有効である。また安定限界に近い場合、あるいは不安定となると、電圧安定度を効果的に向上させるためには、縮小Jacobian行列の行和あるいは列和のうちで、最も小さいものに対応するノードに対して対策を行えばよい。

これら理論解析で得られた結論の妥当性は、6機28ノード系統等のモデル系統における数値計算により確かめられた。

第4章では、1機1負荷系統で系統のパラメータを変化させて、電圧安定度について影響するかについて調べ、電圧安定度を悪くする系統条件の検討を行った。また調相装置で電圧安定度向上対策を行うとき、同期調相機はその供給する無効電力 Q_b と等しい無効電力を供給して $\partial Q_b / \partial V$ (V : 負荷電圧)の値が等しい静止型の非線形の調相器と、同一の効果を持つことを示した。またオンラインで電圧不安定現象を防止する方式についても検討を加えた。

第5章ではNewton-Raphson法を用いて潮流計算を行うとき、与えられた条件下で最も電圧の高い解を得るための初期値選定法に関して、理論解析及び数値計算を行い、以下のことを明らかにした。

極座標表示を用いたとき指定された条件下で電圧値の最も高い解を得るためには、位相角の初期値を0として繰返し計算の1回目で位相角の修正を行わないとすれば、Jacobian行列を縮小した行列がほぼM行列となるように電圧初期値を与えればよい。このとき繰返し計算の2回目以降電圧値は単調減少して電圧値の最も高い解に収束し得る。ここで繰返し計算の1回目で位相角の修正を行うと、収束しなくなるのは、電圧初期値が真値よりもかなり低く設定されているときであるから、実用上は電圧初期値を少し高めに設定して繰返し計算の1回目で、位相角の修正を行う方が得策である。そのとき電圧初期値が妥当か否かは、繰返し計算の2回目以降電圧が単調に収束しているか否かで判定できる。

複素表示により潮流計算を行うときも、電圧虚部を0として、電圧実部を対応する縮小Jacobian行列がほぼM行列となるように選べば、指定された条件下で電圧値の最も高い解が得られる。しかしながらこのとき、電圧値は2回目以降単調に収束せず、極座標と比較して、収束の安定性は劣る。なおflat voltage startの場合は、上記M行列の条件は、満足されると考えてよい。

発電機をP-V指定、負荷をP-Q指定して、解を求めた場合は、その解は、実運用が可能であるが、P-V指定した負荷が含まれている場合は、実際に運転可能か否かは、第3章の手順に従って安定判別を行うことが必要となる。

発電所建設地の確保難また特に原子力発電所は都市に近接して建設できない事等により、今後ますます、電力系統は長距離大容量送電化の方向にあるが、このため電圧安定性の問題は電力系統の安定運用の観点から重要な課題となるものと思われる。系統計画、運用計画段

階で、電圧不安定現象が発生しないように計画を立てることが必要となるが、その上で本論文で述べた手法は一つの有力な方法を提供するものと信じる。本手法を実系統に適用するにあたり問題点としては、発電機の有効電力増分比の設定法と、負荷の電圧特性をいかに設定するかがある。増分比に関しては、電圧不安定現象が、数十分から数時間かけて徐々に起きる現象であるため、各発電機の調速機の調定率の値に増分比を設定するのが妥当であろう。また増分比を変えても、安定性にそれほど影響しないことが数値計算で確かめられているため、1つの発電機を除いて0としてもよいであろう。

負荷の電圧特性は、不確定要素が多いために、設定が難かしいが、負荷特性を実測することも行われている。²⁹⁾ 実際の系統では、定電力特性より厳しい条件は考えられないから、負荷特性が不明の場合は、負荷を定電力特性と仮定して本手法を適用すればよい。このとき安定との判定が得られれば、実際にも安定運用が可能となる。

発電機脱落、線路開放等の系統の構成変化の後に、電圧不安定現象が発生する可能性が最も高いが、運用計画段階で、これらの事故を想定して、事故後の条件に対して、本手法を適用すれば、電圧不安定現象が発生しにくいように運用計画の立案が行いうる。

謝

辭

謝

辞

本論文をまとめるにあたり懇切に御指導頂いた京都大学工学部近藤文治教授，並びに上之園親佐名誉教授に心からお礼申し上げます。本研究は主に日立研究所第93研究室において遂行したものであり，研究の機会を与えて頂きまた貴重な助言を頂いた東京電力株式会社関係各位，日立研究所高砂所長，宇都宮大学情報工学科奥田教授（元第9部部長）に感謝の意を表します。更に直接御指導頂いた第9部磯野主任研究員，及び御協力頂いた第93研究室の各位にお礼申し上げます。

参 考 文 献

参 考 文 献

- (1) В.А.Веников, "О Методике Рассмотрения и Изложения Вопросов Устойчивости Нагрузки Электрических Систем," Изв. Высш. Учен. Завед., Энергетика 11 pp1-12 (1959)
- (2) В.А.Веников, М.Н.Розанов, "Устойчивость Нагрузки," Изв. АН СССР Отд. Энергетика и Автоматика 3 pp121-125 (1961)
- (3) В.А.Веников, М.В.Харихаран, "Об Устойчивости Нагрузки Электросистем," ibid 4 pp19-23 (1962)
- (4) V.A. Venikov et al., "Estimation of Electrical Power System Steady-State Stability in Load Flow Calculations," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, pp1034-1041, May/June 1975.
- (5) 高木, 関根, "基幹電力系統における受電電圧の安定性について," 電気学会誌, Vol.95, №1, pp17 (昭50-1)
- (6) 後藤ほか, 電気学会全国大会講演 №964~971 (昭50-4)
- (7) 長崎ほか, 電気学会電力技術研究会資料 ET-75-5~ET-75-16 (昭50-5)
- (8) S.Abe, J.Makino, A.Isono, U.Moroe and O.Nagasaki, "Criteria for Power System Voltage Stability by Steady-State Analysis," Paper A75 435-8, presented at IEEE Summer Meeting, San Francisco, July 1975.
- (9) 阿部, 磯野, "負荷アドミッタンス変化の時間遅れにもとづく電力系統の電圧安定判別基準," 電気学会電力技術研究会, ET-75-11 (昭50-5)
- (10) 阿部, 磯野, "多機・多負荷系における電圧安定判別法," 同上 ET-75-12
- (11) 阿部, 磯野, "電力系統の電圧安定判別法(その1・理論)," 電気学会論文誌B, Vol.96-B, №4 pp171-178 (昭51-4)
- (12) 阿部, 磯野, "電力系統の電圧安定判別法(その2・計算機シミュレーション)," 同上 pp179-186
- (13) B.M. Weedy and B.R. Cox, "Voltage Stability of Radial Power Links," IEEE Vol.115 №4 pp528-536 (1968)

- 04 S.Abe, Y.Fukunaga, A.Isono and B.Kondo, "Power System Voltage Stability," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 10, pp3830-3840, October 1982
- 05 Energy Systems Research Center, UTA, "Determining Load Characteristics for Transient Performance," Final Report on EPRI Project RP 849-3, Vol. I, II and III, December 1978.
- 06 長尾, "電力系統の受電電圧の異常低下現象," 電気学会論文誌 B, Vol. 95-B, No. 8, pp9-16 (昭 50-8)
- 07 荒木, 近藤, "複合構造をもつ大規模システムの安定条件," システムと制御, Vol. 19, No. 9, pp54-62 (昭 47-9)
- 08 二階堂, "現代経済学の数学的手法," pp11 (昭 35) 岩波書店
- 09 M.Fiedler and V.Pták "On Matrices with Non-Positive Off-Diagonal Elements and Positive Principal Minors," Czech. Math. J., Vol. 12, No. 3 pp382-400, 1962
- 20 R.S. バーガ, "計算機における大型行列の反復解法," (昭 47) サイエンス社
- 21 阿部, 磯野, 近藤, "電力系統の電圧安定判別法(その 3・動的アプローチ)," 電気学会論文誌 B Vol. 103-B, No. 5 (昭 58-5) 掲載予定
- 22 荒木, "M行列とその応用-I," システムと制御, Vol. 20, No. 12 pp675 (昭 51-12)
- 23 武田, 上村, "系統の受電電圧の安定条件と負荷特性との関係," 電気学会論文誌 B Vol. 97-B, No. 9, pp557-561 (昭 52-9)
- 24 伊能, 土井, 木下, "電力系統の動的安定度改善のための解析手法," 電気学会論文誌 B Vol. 101-B, No. 6, pp307-314 (昭 56-6)
- 25 D.E. Walker et al., "Results of the Subsynchronous Resonance Tests at Mohave," Paper T75 176-3, presented at IEEE Winter Power Meeting, January 1975.
- 26 関根, "総論-系統の巨大(高密度)化に伴う諸問題," 昭和 50 年電気学会全国大会シンポジウム
- 27 阿部, 磯野, "電圧安定限界付近の電力潮流計算の初期値選定法," 電気学会論文誌 B Vol. 97-B, No. 1, (昭 52)

- 28 S.Abe , N.Hamada , A.Isono , & K.Okuda , " Load Flow Convergence in the Vicinity of a Voltage Stability Limit," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems , Vol. 98 , No 5 pp1983-1993 , Nov/Dec 1978
- 29 阿久津,諸江, " 負荷の電圧特性の実測結果 ," 電気学会電力技術研究会 ET-75-15 (昭 50-5)